

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

На правах рукописи

Науменко Владимир Викторович

**РЕСТРУКТУРИЗАЦИЯ КРУПНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ
ЦЕННЫХ БУМАГ В УСЛОВИЯХ НИЗКОЙ
ЛИКВИДНОСТИ РЫНКА**

Специальность 08.00.10 - Финансы, денежное обращение и кредит

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата экономических наук

Научный руководитель
Смирнов Сергей Николаевич
канд. физ.-мат. наук, доцент

Москва - 2012

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РИСКА ЛИКВИДНОСТИ	14
1.1 Трансакционные издержки и ликвидность рынка	14
1.2 Анализ ликвидности рынка. Теория рыночной микроструктуры	24
1.3 Измерение ликвидности. Аспекты ликвидности	34
1.3.1 «Сжатость» рынка	37
1.3.2 Глубина рынка	41
1.3.3 Релаксация рынка	43
1.3.4 Немедленность рынка	45
1.3.5 Общая картина. Ограничения подхода	45
1.4 Требования к управлению портфелем при реструктуризации: мировой опыт и современные тенденции	48
ГЛАВА 2. ИЗМЕРЕНИЕ РИСКА РЫНОЧНОЙ ЛИКВИДНОСТИ В ЦЕЛЯХ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ	61
2.1 Теоретические подходы к оценке риска рыночной ликвидности	61
2.2 Оценка риска рыночной ликвидности в портфельном контексте	64
2.3 VAR и риск рыночной ликвидности	68
2.4 Учет экзогенной ликвидности (бид-аск спрэд)	74
2.4.1 Текущее или ожидаемое значение бид-аск спрэда	74
2.4.2 Квантили распределения бид-аск спрэда	75
2.5 Учет эндогенной ликвидности (влияние на цену)	82
2.5.1 Влияние на цену	82
2.5.2 Стратегии ликвидации портфеля	87
2.5.3 Модель Р. Альмгрена и Н. Крисса	90
2.5.4 Модель Р. Джерроу и А. Субраманиана	94
2.6 Сравнение моделей риска рыночной ликвидности	104
ГЛАВА 3. ИНЖЕНЕРНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАЦИОНАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ЛИКВИДАЦИИ ПОРТФЕЛЯ С УЧЕТОМ ИНФОРМАЦИИ О ГЛУБИНЕ И РЕЛАКСАЦИИ РЫНКА	111
3.1 Общие вопросы построения подхода к определению рациональной стратегии ликвидации портфеля	111
3.1.1 Выбор модели риска рыночной ликвидности	111
3.1.2 Выбор ценового бенчмарка для оценки трансакционных издержек	115
3.2 Построение функции трансакционных издержек	121
3.3 Выбор рациональной стратегии ликвидации портфеля	125
3.4 Оценка времени релаксации рынка	133
3.4.1 Коэффициент «гамма»	134
3.4.2 Подход Ларджа	135

3.5 Инженерный подход к оценке времени релаксации рынка.....	138
3.5.1 Определение тренда.....	140
3.5.2 Построение характеристической функции	141
3.5.3 Построение критерия шокового состояния.....	147
3.6 Рекомендации по управлению портфелем при его реструктуризации в условиях низкой ликвидности.....	151
3.6.1 Учет «импульса волатильности».....	155
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	159
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	162
ПРИЛОЖЕНИЕ А. ПОДГОТОВКА СИСТЕМАТИЗИРОВАННЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ	175
А.1 Создание базы данных о ходе торгов акциями на ММВБ.....	175
А.2 Репликация книги лимитированных заявок.....	178
А.3 Построение классификатора рыночных событий на основе информации о выставленных котировках и совершенных сделках.....	181
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. АНАЛИЗ ЭМПИРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДИНАМИКИ ФУНКЦИИ ТРАНСАКЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК.....	185

Введение

Актуальность темы исследования. Интерес научных кругов и финансовых институтов к управлению портфелем в условиях низкой ликвидности рынка значительно возрос в связи с последними кризисными событиями 2007-2009 гг., отличительной особенностью которых стало резкое падение и даже исчезновение ликвидности рынка некоторых финансовых инструментов.

Необходимость учета ликвидности рынка при измерении риска портфеля и построении моделей ценообразования финансовых активов продемонстрировали события, последовавшие за объявлением дефолта по внутреннему долгу России 17 августа 1998 года. Исчезновение рыночной ликвидности на развитых рынках капитала, которые, по общепринятому мнению, не имели никакого отношения к российскому рынку, стало беспрецедентным явлением. Произошедший в результате этого крах хедж-фонда Long Term Capital Management (LTCM) показал, что в случае внезапного испарения ликвидности рынка применение сложных финансовых моделей, не учитывающих рыночную ликвидность, может привести к серьезным последствиям для всех участников рынка независимо от характера проводимых операций на рынках капитала. Стоит особо отметить, что Базельский комитет после этих событий впервые официально признал важность изучения факторов и динамики ликвидности рынков¹.

В первую очередь проблема измерения риска и управления портфелем в условиях низкой ликвидности актуальна для институциональных инвесторов, для которых даже незначительное изменение структуры портфеля может повлечь за собой совершение сделок куп-

¹ Market liquidity: research findings and selected policy implications. – Bank for International Settlements – Monetary and Economic Department, Committee on the Global Financial System, 1999.

ли-продажи крупных объемов. В экстремальных случаях объем позиции по ценной бумаге или производному финансовому инструменту может быть настолько значительным, что при неблагоприятном движении цены его вынужденная² или добровольная ликвидация будет сопровождаться колоссальными убытками вплоть до банкротства. Кроме того, проблема ликвидации позиций наиболее остро проявляется на рынках, обладающих низкой ликвидностью, что лучше всего отражается слабым объемом торговли и/или широкими бид-аск спредами, которые особенно характерны для развивающихся рынков капитала, в т.ч. российского.

Таким образом, финансовым институтам и крупным компаниям, проводящим операции на рынках капитала, необходим инструментарий для измерения рисков и возможных потерь, связанных с неудачной реструктуризацией портфеля. Его разумное применение будет способствовать повышению стабильности банков и компаний, в т.ч. российских.

Степень разработанности темы. Несмотря на общепризнанную значимость ликвидности рынка и оказываемого ею влияния на транзакционные издержки, не существует единого подхода к измерению данного свойства рынка. Более того, для специалистов в области финансовых рынков ликвидность рынка может иметь различный смысл. Говоря о ликвидности, одни подразумевают способность быстро торговать, другие – способность заключать сделки крупных объемов, третьи – способность торговать с низкими затратами. Другими словами, ликвидность имеет несколько аспектов, причем различные инвесторы по-разному определяют значимость того или иного аспек-

² Например, в случае получения требования о внесении дополнительного обеспечения.

та. Вследствие такой многогранности понятия ликвидности в литературе не существует ее общепринятого определения.

В работах, посвященных исследованиям ликвидности, прослеживаются два основных направления описания состояния финансового рынка. Первое посвящено исследованию статистических закономерностей, связывающих различные интегральные характеристики рынка, такие как, например, ликвидность и волатильность. Другое направление концентрируется на изучении микроструктуры рынка с целью анализа влияния устройства рынка и действий отдельных его участников на ликвидность рынка.

Исследования, направленные на выявление статистических закономерностей для описания состояния рынка, рассматривают ликвидность как одну из интегральных характеристик рынка (вместе с волатильностью цены, трендом и др.). Однако до сих пор не выработано единое мнение о составе этих характеристик, а потому их набор зачастую существенно различается в разных моделях. Очевидно, что это вызвано отсутствием общепринятой динамической модели функционирования рынка, в связи с чем нет и законов динамики его интегральных характеристик. Достаточно ярким примером является отсутствие единого мнения о том, как влияет ликвидность рынка на его информационную эффективность.

Попытки подвести прочный теоретический фундамент под решение этих проблем привели к возникновению целого класса микроструктурных моделей рынка. Их целью является более детальное описание внутреннего состояния рынка. Данные модели зачастую существенно отличаются друг от друга как определением состояния (явным или неявным), так и набором описывающих его параметров.

Во многих микроструктурных моделях рынка при описании ликвидности используется предложенный А. Кайлом³ подход – рассматривать отдельные, более мелкие характеристики рынка, которые описывают ликвидность рынка с разных углов зрения и при объединении дают достаточно полную картину. По мнению А. Кайла, ликвидность не является четкой концепцией, потому что охватывает ряд различных свойств рынка, связанных неразрывно с самим процессом торговли. Опираясь на предложенные Ф. Блэком⁴ условия ликвидности рынка, он выделил три аспекта (измерения, атрибута) ликвидности: «сжатость» (*tightness*), глубину (*depth*) и релаксацию (*resiliency*)⁵.

Для полноценного моделирования риска рыночной ликвидности должен быть учтен каждый из этих аспектов ликвидности. Однако на данный момент для практических целей широко используются только «сжатость» и глубина, которым соответствуют следующие издержки ликвидации портфеля: бид-аск спрэд и издержки влияния на цену (*market impact*). Также в качестве прокси-показателей меры ликвидности применяются различные показатели активности торговли на рынке (оборот торговли, интенсивность торговли и др.).

Разумные стратегии ликвидации позволяют сократить издержки влияния на цену, оказываемого заявками значительного объема. Определение рациональных стратегий исполнения заявок обычно связано с максимизацией ожидаемой полезности участника рынка от ликвидации торговой позиции при некоторых допущениях, например, о ценовом процессе или временном горизонте. Модели этого направления, как правило, задают экзогенную спецификацию для влияния на

³ Kyle, A. Continuous auctions and insider trading // *Econometrica*. – 1985. – Vol. 53. – Pp. 1315-1336.

⁴ Black, F. Towards a fully automated exchange, part I // *Financial Analysts Journal*. – 1971. – Vol. 27. – Pp. 29-34.

⁵ С целью избежать двусмысленностей здесь и далее приводятся англоязычные эквиваленты для некоторых терминов.

цену. При этом задача нахождения стратегии ликвидации, максимизирующей полезность, может быть поставлена различными способами (например, Р. Альмгрен и Н. Крисс, Дж. Берковиц, Д. Бертсимаас и Э. Ло, Дж. Ванг и А. Обижаева, Р. Джерроу и А. Субраманиан).

Цель и задачи исследования. Целью исследования является разработка способа измерения стоимости портфеля, учитывающего ликвидность рынка и объемы открытых позиций, а также рекомендаций по управлению портфелем при его реструктуризации (перестройке или ликвидации) в условиях низкой ликвидности рынка лимитированных заявок.

В соответствии с целью исследования были поставлены следующие основные задачи:

- 1) провести сравнительный анализ существующих моделей риска рыночной ликвидности с целью выбора наиболее подходящей с точки зрения цели исследования модели для оценки ликвидационной стоимости портфеля;
- 2) разработать новый способ определения ликвидационной стоимости портфеля с учетом глубины и релаксации рынка, опирающийся на выбранную модель риска рыночной ликвидности;
- 3) использовать разработанный способ для определения рациональной стратегии ликвидации портфеля с учетом различных особенностей микроструктуры рынка лимитированных заявок;
- 4) выработать общие рекомендации по управлению портфелем при реструктуризации в условиях низкой и фрагментированной ликвидности рынка.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются акции российских компаний, допущенных к торгам на Мос-

ковской межбанковской валютной бирже (ММВБ). Предметом исследования является ликвидационная стоимость портфеля, учитывающая информацию о глубине и релаксации рынка.

Теоретическая и методологическая основа исследования.

Теоретическую основу настоящего исследования составляют научные работы зарубежных и отечественных авторов в области микроструктуры рынка и управления рисками (Б. Алехин, Р. Альмгрен, Я. Амихуд, А. Бангия, Б. Бийо, Ф. Блэк, Д. Галай, Л. Глостен, А. Голодников, Х. Демсец, Р. Джэрроу, Ф. Диеболд, А. Кайл, К. Коэн, Н. Крисс, Дж. Лардж, Э. Ло, С. Майер, Х. Мендельсон, П. Милгром, М. Миллер, А. Обижаева, А. Перольд, Х. Столл, Дж. Страугхайер, Р. Шварц, Т. Шурман, Д. Уитком, С. Урясьев, Л. Харрис, Дж. Хасбрук и др.).

При разработке способа определения ликвидационной стоимости был принят на вооружение подход А. Кайла к разбиению ликвидности на три отдельных компонента («сжатость», глубина и релаксация). В качестве ценового бенчмарка при оценке транзакционных издержек используется дефицит исполнения (*implementation shortfall*), предложенный А. Перольдом⁶. На его основе рассчитывается функция транзакционных издержек, являющаяся интегральной характеристикой «сжатости» и глубины рынка. При выборе формулировки оптимизационной задачи для определения ликвидационной стоимости использовалась методология Р. Альмгрена и Н. Крисса, совместимая с подходом А. Перольда. Для оценки времени релаксации рынка был применен подход Дж. Ларджа⁷, опирающийся на классификацию ры-

⁶ Perold, A. The implementation shortfall: Paper versus reality // *Journal of Portfolio Management*. – 1988. – Vol. 14. – Pp. 4-9.

⁷ Large, J. Measuring the resiliency of an electronic limit order book // *Journal of Financial Markets*. – 2007. – Vol. 10. – Pp. 1-25.

ночных событий, предложенную Б. Бийо и др.⁸ В качестве обобщенного показателя ликвидности при альтернативном способе оценивания времени релаксации использовалась мера ликвидности XLM (сокращение от англ. Xetra Liquidity Measure).

Информационная база исследования. Все расчеты были произведены с использованием реальных внутридневных данных о ходе торгов акциями на ММВБ за период с января 2006 г. по декабрь 2007 г. Они подробно описывают все выставленные и снятые в режиме основных торгов ММВБ заявки на покупку и продажу, а также заключенные на их основе сделки. Для восстановления полной картины хода торгов недостает только указания инициатора каждой из заявок, что, очевидно, является конфиденциальной информацией, не подлежащей раскрытию.

Научная новизна исследования. Новизна диссертационного исследования заключается в разработке адекватного, качественно нового способа определения ликвидационной стоимости портфеля, использующего реальную информацию о глубине и релаксации рынка. Данная информация получается путем обработки подробных внутридневных данных о ходе торгов финансовыми инструментами, что было выполнено впервые для российского рынка акций.

Наиболее существенные новые результаты диссертационного исследования заключаются в следующем:

- 1) предложена новая методика количественного анализа ликвидационной стоимости, отражающая структуру реальных данных о ходе торговли на российском рынке; ее особенностью является относительная простота, обеспечиваю-

⁸ *Biais, B., Hillion P., Spatt C. An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris Bourse // Journal of Finance. – 1995. – Vol. 50, no. 5. – Pp. 1655-89.*

щая вместе с тем приемлемую точность с точки зрения практики управления портфелем с учетом риска;

- 2) показано, что предложенная методика позволяет определить рациональную стратегию реструктуризации портфеля, отвечающую заданной несклонности к риску; при этом методика позволяет учесть некоторые микроструктурные эффекты, например, «импульс волатильности», соответствующий перерывам между торгами;
- 3) разработана схема процесса управления портфелем при реструктуризации, использующая потенциальную ликвидационную стоимость в качестве меры эффективности; выработаны рекомендации по определению взаимосвязанных рациональных стратегий ликвидации на различных уровнях, соответствующих длинам временных интервалов.

Теоретическая и практическая значимость исследования.

Разработанный способ позволяет определить ликвидационную стоимость портфеля как в случае потенциальных (ex-ante), так и реализованных (ex-post) транзакционных издержек. Тем самым разработан инструмент, позволяющий финансовому институту оценивать ликвидационную стоимость торгового портфеля; именно эта стоимость является экономически более обоснованной оценкой его стоимости по сравнению с рыночной стоимостью. Предложенный способ может быть также использован не только для торговых портфелей, но и для определения рациональной стратегии перестройки крупного инвестиционного портфеля (если определены начальная структура, конечная структура и срок перестройки).

Кроме того, способ определения рациональной стратегии ликвидации портфеля может быть использован на практике для более

точного измерения рыночных рисков и, как следствие, более качественного управления ими. Такого рода инструментарий может быть особенно полезным для любого участника финансового рынка при работе на российских биржевых площадках, в том числе для клиринговой организации и/или центрального контрагента.

Предложенный способ может быть использован для построения рэнкинга ликвидных ценных бумаг с целью отбора бумаг для участия в маржинальной торговле, а также для определения цен бумаг для проведения сделок РЕПО. Последнее направление использования стало особенно актуальным после коллапса на российском рынке РЕПО в 2008 году.

Апробация результатов исследования. Результаты работы были представлены на научных конференциях и семинарах:

- международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных "Ломоносов-2009", г. Москва, апрель 2009 г. (докладу было присуждено 1-ое место в подсекции «Финансовая экономика» секции «Экономика»);
- международный научный семинар Perm Winter School 2011 (г. Пермь, февраль 2011 года);
- международная студенческая конференция по моделированию финансовых рынков FinMod-2011 (г. Пермь, сентябрь 2011 года);
- всероссийская конференция факультета мировой экономики и мировой политики НИУ ВШЭ «Прогнозирование финансовых рынков» (г. Москва, май 2010 года);
- семинар отдела "Математическое моделирование экономических систем" ВЦ РАН (г. Москва, март 2009);
- выездная школа-семинар, организованная Научным фондом ГУ-ВШЭ (Московская область, п. Голицыно, октябрь 2007 года);

- научный семинар лаборатории инвестиционного анализа НИУ ВШЭ – Пермь (г. Пермь, февраль 2011 года);
- 4 научно-учебных семинара НУЛ по финансовой инженерии и риск-менеджменту факультета экономики НИУ ВШЭ «Моделирование финансовых рынков» (г. Москва, июль 2007 года, апрель 2008 года, март 2009 года и май 2010 года).

Внедрение результатов исследования. Разработанные в диссертации теоретические положения, модели и количественные методики были внедрены в исследования научно-учебной лаборатории по финансовой инженерии и риск-менеджменту факультета экономики НИУ ВШЭ и использованы в составе Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ при выполнении тем фундаментальных исследований: в 2009 г. «Использование высокопроизводительных параллельных вычислений в задачах финансовой инженерии и риск-менеджмента», в 2010 г. «Исследование микроструктуры финансовых рынков» и в 2011 г. «Исследование микроструктуры финансовых рынков». Подтверждено соответствующей справкой о внедрении.

Публикации. Основные положения диссертации изложены в 6 статьях общим объемом 6,52 п.л. (личный вклад – 5,38 п.л.).

Объем и структура диссертации. Цели и задачи исследования определили структуру работы, которая отражает ее общую идею и логику. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка и приложений.

Глава 1. Методологические основы моделирования риска ликвидности

1.1 Трансакционные издержки и ликвидность рынка

Согласно Рейли и Брауну [121], процесс управления инвестиционным портфелем можно разбить на четыре последовательных этапа: составление инвестиционной декларации (*investment policy statement*), создание инвестиционной стратегии, формирование портфеля и проведение постоянного мониторинга. В конечном счете, структура портфеля определяется инвестиционной стратегией, которая должна не только удовлетворять сформулированным в инвестиционной декларации целям и ограничениям инвестора, но и отражать текущие и ожидаемые в будущем условия на финансовых рынках. В современной портфельной теории инвестиционную стратегию принято выражать в терминах ожидаемой доходности и риска портфеля, образующих в совокупности профиль «риск-доходность», для поддержания которого осуществляется мониторинг на четвертом этапе.

С точки зрения риск-менеджмента, процесс управления портфелем является непрерывным во времени, так как после формирования портфеля необходимо постоянно следить за возможными изменениями как рыночных условий, так и потребностей и обстоятельств инвестора. Одной из составляющих такого мониторинга является оценка результативности⁹ портфеля (*portfolio performance*), для измерения которой лучше всего подходит текущая чистая (после учета всех издержек) доходность портфеля, отражающая как соответствующую инвестиционную стратегию, так и трансакционные издержки, связанные с ее исполнением на практике. Также необходимо регулярно переоце-

⁹ Здесь и далее используется «результативность» для перевода англ. *performace* вместо обычно применяемого в литературе термина «эффективность», так как последний может нести другую смысловую нагрузку. Например, в случае, когда речь идет об информационной эффективности рынка.

нивать ожидаемую доходность и риск портфеля. Если следовать классическому среднedisперсионному подходу Марковица [112], то для этих целей необходимо отслеживать изменения доходностей, корреляций и волатильностей входящих в портфель активов. В качестве альтернативы можно использовать модель ценообразования капитальных активов Шарпа-Линтнера-Моссена [126, 105, 106, 115] (*capital asset pricing model - CAPM*), которая требует определения ожидаемых доходностей и бета-коэффициентов соответствующих активов, а также доходностей безрискового актива и рыночного портфеля. Полученные тем или иным образом¹⁰, оценки ожидаемой доходности и риска позволяют судить, насколько текущий профиль «риск-доходность» соответствует установленным ранее целевым уровням, отвечающим потребностям и ограничениям инвестора.

Кроме того, инвестор может пожелать как вывести ту или иную часть средств из портфеля, так и внести в него дополнительные средства. При этом обстоятельства и цели инвестора также могут претерпевать значительные изменения с течением времени, что обычно находит свое выражение в изменении инвестиционной стратегии, т.е. в изменении желаемого профиля «риск-доходность».

В результате такого рода мониторинга рыночных условий и потребностей инвестора, проводимого с целью поддержания или изменения профиля «риск-доходность» для портфеля, может появиться необходимость в перестройке или ликвидации портфеля. В общем случае речь идет о реструктуризации портфеля, т.е. о переходе из некоей начальной композиции активов в определенную конечную за период времени, величина которого будет варьироваться в зависимости от тех или иных соображений.

¹⁰ На практике чаще используется оценка ожидаемой доходности и риска на основе модели CAPM в силу меньшего количества параметров для оценивания.

При перестройке портфеля может идти речь о закрытии и/или открытии позиций по отдельным активам. Так при изъятии инвесторами части средств из портфеля необходимо закрыть некоторые имеющиеся позиции по активам. Реализация решения об увеличении совокупного объема активов в управлении потребует открытия новых позиций и, возможно, закрытия ряда имеющихся позиций. Если же речь идет о замене одних активов другими без изменения объемов финансирования, то можно говорить о закрытии и открытии позиций одновременно. В случае ликвидации портфеля управляющий портфелем должен закрыть все имеющиеся позиции за отведенный срок, обычно определяемый инвестором. Как правило, в этом случае речь идет о выходе из портфеля путем продажи всех входящих в его состав активов.

Открытие и закрытие позиций по активам, торгующимися на финансовых рынках, представляет собой совершение сделок купли-продажи с участниками рынка по определенным правилам, которые устанавливаются организаторами торгов и регуляторами. При этом цены сделок определяются в результате согласования между заинтересованными сторонами в рамках действующих правил торговли. Более того, неизбежной составляющей любой сделки, заключаемой на практике участниками организованного рынка, являются так называемые транзакционные издержки.

На большинстве финансовых рынков транзакционные издержки включают в себя комиссионное вознаграждение брокеру, бид-аск спрэд (*bid-ask spread*) и издержки влияния на цену (*price impact, market impact*). Бид-аск спрэд представляет собой разность между минимальной ценой продажи (*ask*) и максимальной ценой покупки (*bid*). Комиссионное вознаграждение и бид-аск спрэд составляют транзакционные издержки при исполнении заявок небольшого объема на по-

купку или продажу актива. В случае если речь идет о крупных сделках, к ним добавляются также издержки влияния на цену, показывающие чувствительность цены к дополнительным покупкам или продажам. Как правило, комиссия является фиксированной величиной, составляя определенный процент от совершаемой сделки.

Комиссионное вознаграждение брокеру, а также другие возможные отчисления¹¹ и налоги¹² иногда называют *явными (explicit)* транзакционными издержками, поскольку их величина фиксирована и может быть рассчитана до совершения сделки. Что касается бид-аск спреда и издержек влияния на цену, то их в соответствии с данной классификацией принято относить к *неявным (implicit)* транзакционным издержкам. В совокупности явные и неявные издержки могут существенно влиять на чистую доходность инвестиций.

В указанных условиях перед управляющим портфелем выходит на первый план задача оценки чистой (после учета всех возможных транзакционных издержек) стоимости, которую он ожидает получить или передать при заключении соответствующих сделок. Для ее решения необходимо измерить транзакционные издержки и определить рациональную торговую стратегию.

Таким образом, управляющий портфелем должен руководствоваться рациональным способом принятия решений при открытии и закрытии позиций на финансовых рынках, при котором максимизируется (минимизируется) стоимость продаваемых (покупаемых) на рынке активов. При этом необходимо учесть влияние на стоимость, непосредственно оказываемое как ценами соответствующих сделок, так и различными транзакционными издержками.

¹¹ Например, комиссии, которые могут взиматься за осуществление сделок и/или проверку заключенных сделок (*clearing*) и/или расчетов между продавцами и покупателями (*settlement*).

¹² Например, налог на заключение сделок и/или налог на (короткие) продажи.

В современной финансовой экономике для описания цен активов обычно применяются так называемые модели ценообразования с непрерывным временем (например, модель ценообразования опционов Блэка-Шоулза [39]), при построении которых используется *предпосылка о совершенном рынке (perfect market)*. На таком рынке не возникает проблем с заключением сделок, так как допускается возможным торговать в любое время, в неограниченных количествах, без оказания влияния на цену и без каких бы то ни было комиссий. Таким образом, подразумеваются два серьезных допущения. Во-первых, каждый участник рынка по отдельности не влияет на ценообразование и, следовательно, может покупать и продавать любое количество ценных бумаг по одной и той же рыночной цене. Другими словами, рынок является абсолютно эластичным. Во-вторых, внутреннее устройство рынка таково, что все рыночные заявки на покупку и продажу имеют немедленное исполнение.

Очевидно, что реальный рынок функционирует иначе, чем теоретическая модель. Во-первых, может возникать дисбаланс между спросом и предложением, ведущий к заметному отклонению цены сделки от текущей рыночной цены. Во-вторых, проведение сделки значительного объема может занять много времени или привести к неблагоприятному изменению цены.

Для корректного описания реального рынка необходимо отказаться от упрощающего предположения о совершенном рынке, что приводит к возникновению дополнительного финансового риска - риска рыночной ликвидности. С точки зрения риск-менеджмента, финансовый институт подвержен *риску рыночной ликвидности*, если цена, по которой ликвидируется позиция на основе рыночной заявки, отличается от текущей рыночной цены актива [90].

Опасность использования такого рода допущений о совершенном рынке при построении финансовых моделей продемонстрировали события, последовавшие за объявлением дефолта по внутреннему долгу России 17 августа 1998 года. Проблемы с ликвидностью, возникшие на российском рынке, перекинулись на американский рынок долговых обязательств. Возникла ситуация, когда было затруднительно вести торговлю. Последовательное исчезновение ликвидности на не связанных друг с другом рынках и вызванный этим рост волатильности стали отличительной особенностью данного кризиса. Еще большее внимание привлек произошедший в результате этих событий крах хедж-фонда Long Term Capital Management (LTCM), убытки которого составили около 4,6 млрд. долларов США.

Кризис 1998 года показал, что значительная часть непредвиденных убытков происходит либо из-за скачков цен, порожденных низкой ликвидностью, либо по причине издержек ликвидации позиции, вызванных неблагоприятными движениями рынка (случай с LTCM) [89]. Такие ситуации время от времени встречаются на подавляющем большинстве рынков. Лишь малая толика рынков - так называемые глубокие рынки (*deep markets*) - может обеспечить участникам возможность быстро заключать крупные сделки по цене, близкой к рыночной. Однако даже на этих рынках никто из участников не возьмется гарантировать ликвидность в течение всей торговой сессии или во время кризиса, когда ликвидность, как правило, исчезает вовсе.

Очевидно, что в приложении к управлению портфелем модели ценообразования с непрерывным временем (например, CAPM) дают инвестору рекомендации непрерывно менять структуру портфеля, покупая или продавая некие финансовые инструменты (акции, облигации, опционы, фьючерсы и др.). Однако при построении этих моделей *не учитываются транзакционные издержки.*

Если добавить только явные издержки в любую модель ценообразования с непрерывным временем, то на ее выходе возникают бесконечные положительные издержки, которые несет инвестор (в силу непрерывности торговли во времени).

Если рассмотреть гипотетическую ситуацию, когда фиксированные издержки отсутствуют на рынке, то можно теоретически обосновать, что на любом рынке, кроме организованного в форме периодически созываемого аукциона (*call auction*), будут присутствовать цены покупки и продажи, образующие бид-аск спрэд, вместо одной общей для всех цены. При наличии маркет-мейкеров¹³ на рынке объяснением этому служит тот факт, что им необходимо компенсировать: 1) расходы на обработку заявок¹⁴ [58]; 2) риск поддержания определенного объема позиций для ведения торговли (инвентарный риск) [129, 25, 75]; 3) риск неблагоприятного отбора (*adverse selection*), приводящий к убыткам из-за торговли с информированными участниками рынка [52, 73]. При отсутствии маркет-мейкеров на рынке, организованном в форме непрерывного двустороннего аукциона (*continuous two-sided auction*), наличие бид-аск спреда необходимо, чтобы в равновесном состоянии рынка участникам было безразлично, использовать рыночные или лимитированные заявки для ведения торговли¹⁵, как показали Коэн, Майер, Шварц и Уитком [50]. Податели лимитированных заявок в этом случае компенсируют издержки, связанные с управлением лимитированными заявками (альтернативная стоимость наблюдения за рыночными условиями, риск неудачной отмены вы-

¹³ «Маркет-мейкер – это дилер, заключивший с администрацией рынка договор о сотрудничестве. Договор обязывает маркет-мейкера заключать сделки по требованию клиентов на условиях, согласованных с администрацией рынка» [3].

¹⁴ Данные расходы включают заработную плату персонала, расходы на содержание офиса, членские взносы, расходы на проведение клиринга и расчетов и др.

¹⁵ Сделка на таком рынке заключается, когда рыночная заявка на покупку (продажу), требующая немедленное исполнение по лучшей доступной на рынке цене, смыкается с лучшей лимитированной заявкой на продажу (покупку), которая накладывает ограничение на цену.

ставленной заявки в случае изменения фундаментальной стоимости актива и, как следствие, ее исполнении и др.), и риск неблагоприятного отбора, связанный с наличием асимметрии информации между участниками рынка.

Значения бид-аск спреда и издержек влияния на цену меняются в зависимости от рыночных условий. Тем не менее, величина бид-аск спреда не может быть меньше определенного значения, задаваемого установленными правилами торговли минимальным приращением цены (*minimum price increment*), которое принято также называть тиком (*tick*). Тик задает наименьшую возможную разницу между двумя котировками или ценами. Что касается издержек влияния на цену, то они добавляются к бид-аск спреду (точнее, к половине его величины) только при превышении определенного объема позиции. Следовательно, при учете только косвенных издержек в моделях с непрерывным временем мы также получаем бесконечно положительные издержки.

Таким образом, при учете любых транзакционных издержек в моделях ценообразования с непрерывным временем постоянная торговля с целью перестройки портфеля, отвечающей изменениям цен доступных для инвестирования активов, приводит к бесконечным убыткам. Очевидным следствием данного вывода является ограничение числа сделок, заключаемых управляющим портфелем. Другими словами, *управление портфелем при учете транзакционных издержек должно носить импульсный характер*, т.е. корректная постановка данной задачи подразумевает определение в терминах дискретного времени.

В связи с этим возникает вопрос, как определять моменты времени, пригодные для заключения сделок. Очевидно, что инвесторы покупают и продают финансовые активы в надежде максимизировать

ожидаемую чистую доходность портфеля. Для этого им необходимо исполнять свои сделки при минимально возможных затратах, величина которых, как будет показано далее, зависит в значительной мере от уровня ликвидности рынка соответствующего финансового актива. Чем хуже ликвидность рынка, тем выше неявные трансакционные издержки инвестора. Стоит отметить, что ликвидность рынка носит относительный характер. Речь идет о том, что рынок может быть ликвидным только по отношению к определенному объему позиции относительно среднего дневного объема торговли (при нормальных рыночных условиях).

Следовательно, в контексте реструктуризации (перестройки и ликвидации) портфеля ликвидность рынка является важным критерием принятия решений для инвесторов, так как появляется необходимость оценки ожидаемых трансакционных издержек и их влияния на чистую доходность инвестиций. При этом в ряде случаев она может играть ключевую роль.

В первую очередь данная проблема актуальна для институциональных инвесторов (например, взаимных и пенсионных фондов), для которых даже незначительное изменение структуры портфеля может повлечь за собой совершение сделок купли-продажи крупных объемов. В этом случае стоимость открытия или закрытия отдельных позиций по портфелю будет серьезно отличаться от их рыночной стоимости, и инвестор будет подвержен риску рыночной ликвидности. В экстремальных случаях объем позиции по ценной бумаге или производному финансовому инструменту может быть настолько значительным, что при неблагоприятном движении цены его вынужденная¹⁶ или добровольная ликвидация будет сопровождаться дополнительными

¹⁶ Например, в случае получения требования о внесении дополнительного обеспечения (*margin call*).

ми транзакционными издержками, в результате которых инвестор понесет колоссальные убытки вплоть до банкротства. В ситуации такого рода оказался американский хедж-фонд Amaranth Advisors LLC [130], потерявший в сентябре 2006 года около 6,5 млрд. долларов США на операциях с фьючерсами на природный газ. В качестве еще одного примера можно привести случай с известным французским банком Societe Generale [5], который в январе 2008 года потерял в районе 4,9 млрд. евро на спекуляциях с фьючерсами на ряд европейских фондовых индексов, ликвидируя свои позиции за трехдневный срок.

Как показал Лэб [108], в случае крупных сделок на американском фондовом рынке комиссионные и бид-аск спрэд серьезно недооценивают общие транзакционные издержки. Более того, Домовиц, Глен и Мадхаван [61] на примере 42 стран продемонстрировали, что издержки влияния на цену в случае сделок значительного объема могут составлять 75-90% от общего объема транзакционных издержек.

Особенное значение ликвидность рынка приобретает также при проведении операций на так называемых «тонких» рынках (*thin markets*), которые характеризуются широкими бид-аск спредами и низкой торговой активностью [50]. Участники таких рынков, желающие закрыть позицию, вынуждены нести значительные потери вследствие длительного периода ожидания исполнения сделки (из-за отсутствия контрагента) или по причине немедленной ликвидации позиции по неблагоприятной цене (при наличии дилера на рынке).

Таким образом, в ситуациях, когда объем позиции и текущие рыночные условия таковы, что можно говорить об относительной низкой ликвидности рынка, при управлении портфелем необходимо использовать инструменты для анализа и измерения ликвидности рынка соответствующих активов. Инвестор может совсем не учитывать ликвидность рынка только в том случае, если он планирует дер-

жать уже сформированный портфель до момента погашения входящих в него активов (при условии, что данные активы имеют сроки погашения). В любом случае, высокая (низкая) ликвидность позволяет участникам рынка достигать желаемой структуры портфеля при низких (высоких) транзакционных издержках.

1.2 Анализ ликвидности рынка. Теория рыночной микро-структуры

При осознанном принятии финансовым институтом на себя риска рыночной ликвидности встает вопрос о том, каким образом его измерять для последующего управления им. В первую очередь необходимо определить, что именно подлежит количественной оценке. Другими словами, требуется четкое понимание того, что именно обозначает термин «ликвидность рынка».

Прежде всего, стоит отметить, что концепция ликвидности применима как к рынкам, так и к отдельным компаниям¹⁷. Ликвидность фирмы (*liquidity of firms*) относится к способности компании согласовывать входящие и исходящие денежные потоки для обеспечения своевременного погашения принятых на себя обязательств. Финансовый институт, сталкивающийся с проблемами невыполнения в срок платежей по своим обязательствам, подвергается так называемому риску ликвидности фондирования (*funding liquidity risk*). Управление этим видом финансового риска выходит за рамки данной работы, в которой рассматриваются проблемы, исключительно связанные с риском рыночной ликвидности (*market/asset/product liquidity risk*).

¹⁷ Кроме того, можно говорить о ликвидности применительно ко всей финансовой системе страны, подразумевая общие монетарные (кредитно-денежные) условия (*overall monetary conditions*), которые иногда называют макроэкономической ликвидностью. Другими словами, ликвидность отождествляется с общим объемом денежных средств, доступных в экономике той или иной страны.

Для разных специалистов в области финансовых рынков ликвидность рынка имеет различные значения. Говоря о ликвидности, одни подразумевают способность быстро торговать, другие – способность заключать сделки крупных объемов, третьи – способность торговать с низкими затратами. Другими словами, ликвидность имеет несколько аспектов, причем различные инвесторы, как правило, расходятся в оценке первоочередности того или иного аспекта. Вследствие такой многогранности понятия ликвидности до сих пор не существует ее общепринятого определения.

Из множества различных определений рыночной ликвидности все же выделяется одно, наиболее часто употребляемое в научных работах и официальных документах, а именно следующее: *«ликвиден тот рынок, на котором участники совершают крупные сделки быстро и с небольшим влиянием на цены»*. Такое определение ликвидности встречается в докладе, подготовленном представителями ряда центральных банков G-10 для Комитета по глобальной финансовой системе (CGFS) Банка международных расчетов (BIS) [111]. Можно сказать, что данное высказывание скорее является описанием ликвидности, раскрывающим его связь с другими понятиями, нежели его строгим (с точки зрения формальной логики) определением. При этом данное описание является слишком расплывчатым, так как не раскрывает смысл следующих выражений: «крупные сделки», «совершаются быстро» и «с небольшим влиянием на цены». Данное определение порождает ряд нетривиальных вопросов: какие сделки являются крупными, как оценивать скорость исполнения сделок и какое влияние на цены можно признать небольшим. Более того, как показал Блэк [40], мнение институциональных инвесторов о том, что ликвидный рынок позволяет покупать или продавать крупные пакеты бумаг одновре-

менно и быстро, и без сильного сдвига цены, является нереалистичным.

При первом взгляде кажется вполне естественным перевод проблемы описания рыночной ликвидности в термины кривых спроса и предложения. Однако такой анализ ничего не скажет о динамике рынка, в частности о траектории, по которой достигается точка равновесия. Другими словами, он не дает представление именно о действии механизма установления цен.

В работах, посвященных исследованиям ликвидности, прослеживаются два основных направления описания состояния рынка. Первое посвящено исследованию статистических закономерностей, связывающих различные интегральные характеристики рынка, такие как, например, ликвидность и волатильность. Другой подход концентрируется на изучении микроструктуры рынка с целью анализа оказываемого на ликвидность влияния устройства рынка и действий отдельных его участников.

Если первое направление представляет собой, по сути, анализ временных рядов с целью выявления корреляций между различными характеристиками рынка, то второе направление пытается определить внутреннюю природу данных характеристик. Объектами анализа в последнем случае являются как различные аспекты микроструктуры того или иного рынка (например, величина бид-аск спреда, размер тика, объем общедоступной (приватной) информации, поток заявок и др.), так и взаимодействие участников рынка. Последнее, как правило, моделируется с помощью теории игр, когда противопоставляются две группы участников: поставщики ликвидности (*liquidity suppliers*) и ее потребители (*liquidity demanders*).

Исследования, направленные на выявление статистических закономерностей для описания состояния рынка, рассматривают лик-

видность как одну из интегральных характеристик рынка (вместе с волатильностью цены, трендом и др.). В данном случае она описывает влияние, оказываемое объемом сделки на ее цену при прочих равных условиях (т.е. рассматриваются издержки влияния на цену), что, по большому счету, отражает лишь одну сторону, пусть и при определенных обстоятельствах наиболее важную для анализа, данного явления.

Однако до сих пор не выработано единое мнение о составе этих характеристик, а потому их набор зачастую существенно различается в разных моделях. Очевидно, что это вызвано отсутствием общепринятой динамической модели функционирования рынка, в связи с чем нет и законов динамики его интегральных характеристик. Вследствие отсутствия до сих пор прочного теоретического фундамента наблюдается и некоторая произвольность в измерении этих параметров на практике. Как правило, они получаются в результате эконометрической обработки временных рядов, образуемых статистическими показателями. Такая вольность в обращении с характеристиками рынка отражается также в отсутствии их общепринятого определения, что особенно характерно для ликвидности рынка.

Попытки подвести прочный теоретический фундамент под решение этих проблем привели к возникновению целого класса моделей, так называемых микроструктурных моделей рынка. Их целью является более точное описание внутреннего состояния рынка. Данные модели зачастую существенно отличаются друг от друга как определением состояния (явным или неявным), так и набором описывающих его параметров.

Теория рыночной микроструктуры – раздел финансовой экономики, занимающийся изучением процесса торговли и организации

рынков¹⁸ [77]. Среди прочего микроструктурные модели исследуют различные рыночные структуры (market structures) и их влияние на процесс формирования цены. Любая рыночная структура состоит из правил торговли, торговых систем, а также систем представления и передачи информации [77]. По сути, рыночная структура определяет, что могут делать на рынке его участники и что они могут знать о рыночных условиях. В конечном итоге, через влияние, оказываемое на поведение участников, рыночная структура определяет волатильность, ликвидность и информационную эффективность рынка¹⁹.

Биржи по всему миру используют различные *системы исполнения сделок (execution systems)* между участниками рынка. В литературе принято выделять три типа рынков по способу заключения сделок: дилерские рынки (*quote-driven, dealer markets*), рынки, движимые заявками (*order-driven markets*) и брокерские рынки (*brokered markets*) [77], [3]. На дилерских рынках сделки совершаются при непосредственном участии дилеров. На рынках, движимых заявками, сделки заключаются в соответствии с правилами первоочередности заявок и правилами определения цены. Что касается брокерских рынков, то сделки на них совершаются благодаря активной посреднической роли брокеров. Не углубляясь в проблематику дизайна рынка, можно смело утверждать, что многообразие рыночных структур вызвано особенностями торгуемых инструментов, их однородностью/уникальностью, делимостью и т.д. [71, 110] Более того, не существует «рынка на все случаи жизни», который смог бы одинаково успешно удовлетворить интересы всех участников рынков всех имеющихся торговых инструментов [75].

¹⁸ Об альтернативных определениях теории рыночной микроструктуры (микроструктурных финансов) смотри [3].

¹⁹ Под информационной эффективностью понимается способность цен отражать всю имеющуюся информацию о финансовом инструменте (см. [67, 66]). Обзор подходов к определению и тестированию ГЭР, написанный на русском языке, можно найти в [4].

Каждому типу рыночной структуры соответствует своя микро-структурная модель, которая может варьироваться в зависимости от других релевантных факторов. В рамках этих моделей ликвидность рынка обычно определяется в результате взаимодействия различных групп рыночных агентов, поведение которых задается теми или иными вводными (экзогенными) параметрами модели. Таким образом, в этом случае ликвидность по сути является *эндогенной* переменной. Она, как правило, связана с компенсациями, выплачиваемыми потребителями ликвидности ее поставщикам. К числу первых относятся участники рынка, предъявляющие спрос на немедленное исполнение заявки. Группа поставщиков такой услуги в рамках моделей дилерского рынка именуется маркет-мейкерами, всегда готовыми торговать по выставленным ими котировкам. Типы посредников, обеспечивающих ликвидность, и механизм незамедлительного исполнения заявки варьируются в зависимости от используемой микроструктурной модели рынка. Обычно рассматривается общий случай с наличием маркет-мейкеров, выставяющих цены покупки и продажи для ограниченного размера заявки (статический компонент). Они также призваны корректировать свои котировки в ответ на преобладающий характер потока заявок, что позволяет ввести в модель издержки влияния на цену (динамический компонент). В этом случае речь идет о так называемом процессе открытия цены (*price discovery process*), когда маркет-мейкеры подбирают цены покупок и продажи таким образом, чтобы установился двусторонний поток заявок, уравнивающий спрос и предложение по объемам, что позволяет им зарабатывать бид-аск спрэд и поддерживать свой инвентарь (*inventory*) на целевом уровне. Особого внимания заслуживает тот факт, что маркет-мейкеры выявляют именно рыночную стоимость актива на основании потока зая-

вок, не погружаясь совсем в проблему определения фундаментальной стоимости.

Случаи чистого и смешанного рынков, движимых заявками, встречающиеся в микроструктурных моделях рынка, могут быть рассмотрены как вариации дилерского рынка. Тогда в данной интерпретации роль маркет-мейкеров выполняется меняющейся группой участников рынка, которые могут выполнять свою функцию либо постоянно (например, дилеры на рынках производных финансовых инструментов), либо от случая к случаю (например, рыночные агенты, представляющие лимитированные заявки). При этом торговля моделируется через последовательные аукционы²⁰, временной интервал между которыми стремится в пределе к нулю. Однако на чистом рынке, движимом заявками, нет цен покупки и продажи, поддерживаемых дилерами, которые всегда готовы торговать по этим ценам, и, следовательно, нет доступной меры оценки немедленного исполнения заявок.

Несмотря на многообразие микроструктурных моделей можно выделить два основополагающих взгляда на природу риска ликвидности.

Первая точка зрения заключается в том, что существование данного рода риска вызвано асимметрией информации. Заявки на покупку или продажу значительного объема ценных бумаг подкреплены приватной информацией о состоянии рынка, что незамедлительно сказывается на ценах. Поставщики ликвидности уверены, что крупные сделки склонны совершать хорошо осведомленные трейдеры, стремясь получить максимально возможную прибыль на основе доступной им информации. Более того, считается, что за заявками такого объема могут стоять лишь участники рынка, которые могут позволить себе

²⁰ Как правило, в терминах «последовательного равновесия» (sequential equilibrium), предложенного Крепсом и Уилсоном [99].

нести значительные затраты (в терминах времени и денег) на поиск и анализ информации, чтобы быть хорошо информированными [30]. Это объясняется тем, что эти затраты могут быть отнесены лишь на портфель активов в управлении такого объема (в денежном выражении), что их удельный вес будет незначительным.

Основоположником этого направления стал Кайл [100], который представил модель механизма влияния потока заявок (*order flow*) на цену, представив в более строгой форме интуитивное видение Трейнора²¹ [30] о наличии информированных и неинформированных трейдеров на рынке.

В этой модели только один агент обладает монополией на первичный доступ к информации (инсайдер) и пытается извлечь из своего положения выгоду. С целью максимизации прибыли от торговли он размещает заявки во времени до того момента времени, когда информация становится общедоступной. Маркет-мейкер наблюдает поток размещаемых заявок, после чего устанавливает цену, равную ожидаемой стоимости ценной бумаги, получаемой на основе анализа доступной только ему информации. В данной модели допускаются только рыночные заявки. Кайл продемонстрировал, что при таких условиях и при допущении о рациональных ожиданиях на рынке существует равновесие. Более того, автор показал, что в равновесном состоянии рыночные цены включают всю доступную информацию, что является свидетельством информационной эффективности рынка.

Рассмотрим некоторые положения данной модели более подробно. Пусть q_t обозначает чистый дисбаланс заявок в аукционе t (кумулятивный поток заявок со знаком), а μ_{t-1} - первоначальное представление маркет-мейкера. В модели Кайла инсайдер использует линейную торговую стратегию, так что q_t является «шумным» сигналом

²¹ Данную работу Трейнор опубликовал под псевдонимом Бейджхот.

действительной стоимости. Цена в каждый момент времени представляет собой условную ожидаемую стоимость бумаги:

$$p_t = E[v_t | q_t] = \mu_{t-1} + \lambda q_t \quad (1)$$

Коэффициент λ в этой формуле характеризует ликвидность рынка. Его принято называть "лямбдой Кайла".

В модели Кайла маркет-мейкер занимается исключительно обработкой заявок, устанавливая цены для клиринга рынка. В случае если маркет-мейкер также ведет себя стратегически, ограничивая свои динамические потери, в получаемой игровой модели может не существовать равновесия.

Эта работа повлекла за собой ряд исследований, организованных по той же схеме: при заданной модели инфраструктуры рынка строится игра между участниками рынка, решение которой и определяет параметры рынка, в т.ч. ликвидность и бид-аск спрэд.

Обобщая выводы, полученные в результате некоторых исследований [73, 63, 80, 97], можно отметить, что асимметричная информация, измеряемая объемом сделки или временем ее осуществления относительно информационных событий, прямым или косвенным методом оказывает значительное воздействие как на цены, так и на ликвидность.

Вторая точка зрения на природу ликвидности заключается в том, что риск ликвидности вызван конечным числом участников рынка, которые оптимизировали свои портфели. Поэтому для вовлечения их в торговлю финансовыми инструментами нужно предоставить им побудительные мотивы, чтобы вывести их из оптимального состояния. Таким мотивом, согласно Гроссману и Миллеру [75], служит премия за ликвидность. В стандартной микроструктурной модели с наличием маркет-мейкеров этот эффект иногда называется инвентарным мотивом (*inventory motive*), как, например, в работе Гармана [72].

Когда речь заходит о реальных рынках ценных бумаг или других финансовых инструментов, следует отметить, что обе точки зрения корректны и могут дополнять друг друга, что подтверждается эмпирическим исследованием Ханга и Столла [83].

Резюмируя, можно прийти к выводу, что ликвидность обуславливается типом рынка в зависимости от системы исполнения сделок (с дилером или движимым заявками). Однако углубление в данную проблематику уводит далеко от измерения риска и управления портфелем в условиях низкой ликвидности. Главный вывод заключается в том, что микроструктурные модели рынка пытаются объяснить природу ликвидности. Другими словами, в отличие от господствующей парадигмы современной финансовой математики данный класс моделей признает проблему неблагоприятного влияния на цену, оказываемого размером ликвидируемой позиции, и пытается найти адекватный способ ее описания.

В последнее десятилетие многие биржи (например, Чикагская товарная биржа (CME) и Европейская электронная биржа EUREX) стали накапливать информацию о ходе торгов, что стало возможным благодаря внедрению электронных систем исполнения заявок, новых технологий по организации, поддержанию и управлению базами данных больших размеров, а также значительному снижению затрат на хранение значительных объемов информации, исчисляемых в гига- и терабайтах. В связи со всем вышеуказанным можно утверждать, что настало время для эмпирической проверки таких моделей, что является достаточно сложной задачей, если учесть их все продолжающее расти количество. Более того, уже обнаруженные эмпирические результаты зачастую плохо связаны между собой. Одним из объяснений, возможно, является то, что на настоящем этапе развития теория рыночной микроструктуры по сути представляет собой совокупность

разрозненных моделей, а не единую и устоявшуюся систему взглядов. Тем не менее, признание важности наличия трений в механизме установления цен и асимметрии информации, доступной участникам, позволяет данной теории взглянуть на финансовые рынки под новым углом зрения и ввести в рассмотрение транзакционные издержки, которыми пренебрегает современная финансовая экономика.

1.3 Измерение ликвидности. Аспекты ликвидности

Для измерения и последующего управления риском рыночной ликвидности требуется построить модель, которая должна корректно описывать различие между ликвидационной и рыночной стоимостями с учетом определенных факторов, отбор которых сам по себе является непростой задачей. Необходимым условием для решения такого рода задачи является понимание действия *механизма установления цен на рынке* и определение уровня *транзакционных издержек* для отражения природы ликвидности конкретного рынка.

Транзакционные издержки оказывают незаменимую помощь при измерении ликвидности. Хорошей оценкой ликвидности могут служить величина бид-аск спреда и издержек влияния на цену, что подробно рассмотрено ниже при исследовании способов измерения риска ликвидности.

Что касается механизма установления цен, то его действие проливает свет на природу ликвидности. Как известно, на превышение спроса над предложением рынок реагирует ростом цены, на превышение предложения над спросом – ее падением. Но скорость и интенсивность реакции у разных рынков могут сильно различаться. Именно ликвидность является той характеристикой рынка, призванной оценить эту реакцию. Механизм установления цен задается рыночной

структурой, в первую очередь - принятой на конкретном рынке системной исполнения сделок.

В целях измерения ликвидности рынка BIS [111] использует предложенный Кайлом [100] и применяемый во многих микроструктурных моделях рынка подход - рассматривать отдельные, более мелкие характеристики рынка, которые описывают ликвидность рынка с разных углов зрения и при объединении дают достаточно полную картину.

По мнению Кайла, ликвидность не является четкой концепцией, потому что охватывает ряд различных свойств рынка, связанных неразрывно с самим процессом торговли. Он выделил три таких свойства, которые в литературе часто называют аспектами (атрибутами, измерениями) ликвидности:

- *«сжатость»* (затраты на открытие и закрытие позиции за короткий период времени);
- *глубина* (объем заявок, превышение которого ведет к сдвигу цен);
- *релаксация* (скорость, с которой цены возвращаются к исходному значению после случайного возмущения, не вызванного новой информацией).

По сути, Кайл представил в более строгой форме предложенные Блэком [40] следующие четыре условия ликвидности рынка:

1. На рынке всегда имеются цена покупки и цена продажи, по которым инвестор может немедленно купить или продать небольшой объем бумаг.
2. Разница между этими ценами всегда представляет собой малую величину.

3. Инвестор может долго ожидать исполнения крупной заявки по цене, близкой к средней рыночной (при условии отсутствия важной информации, касающейся актива).
4. Инвестор может исполнить заявку на покупку или продажу большого объема немедленно, но по цене, существенно отличающейся от рыночной в неблагоприятную сторону. При этом чем больше объем заявки, тем выше величина соответствующей премии (дисконта).

В некоторых случаях к выделенным Кайлом [100] аспектам ликвидности добавляют еще *немедленность* рынка – время, необходимое для исполнения заявки определенного объема. По мнению Кайла, введенные им показатели полностью охватывают условия ликвидности рынка, предложенные Блэком [40]. Такой же точки зрения о достаточности именно этих трех аспектов для описания ликвидности придерживаются авторы доклада, подготовленного представителями ряда центральных банков G-10 для Комитета по глобальной финансовой системе (CGFS) Банка международных расчетов (BIS) [111]. По их мнению, *немедленность* рынка включает элементы всех трех предложенных Кайлом аспектов и поэтому не может идти речи о выделении ее в отдельный аспект ликвидности.

На мой взгляд, данный атрибут ликвидности, непосредственно вытекающий из изложенной выше концепции Блэка [40], достоин отдельного упоминания, так как задержки в исполнении заявки могут быть вызваны и другими причинами, например, техническими особенностями дизайна системы ввода, передачи и отмены заявок²² и/или

²² В данном случае подразумеваются не только современные электронные коммуникационные сети (electronic communications networks – ECN), полностью автоматизировавшие данный процесс, но и классические рынки, где торговля ведется участниками в торговом зале биржи, куда заявки от инвестора передаются из брокерской компании через сеть различных сотрудников.

скоростью работы системы клиринга и расчетов. Появление и развитие современных технологий доступа на рынки вкупе с изменениями в организации самих рынков в итоге привело к возможности автоматизировать процесс торговли, что значительно повысило роль немедленности исполнения. Как и релаксация, немедленность вводит в рассмотрение понятие времени при описании ликвидности. Однако она характеризует, насколько немедленно будет исполняться заявка определенного объема, показывая, что «немедленно» не означает «мгновенно», еще раз подчеркивая существование трений в механизме установления цен. Современные реалии таковы, что на эффективность той или иной торговой стратегии оказывает существенное влияние различие во времени задержки сигнала при вводе (отмене) заявки, измеряемое на уровне миллисекунд, что в недавнем прошлом можно было посчитать за мгновенное исполнение и пренебречь учетом его в процессе принятия инвестиционных решений²³.

Рассмотрим по отдельности каждый из аспектов ликвидности.

1.3.1 «Сжатость» рынка

«Сжатость» рынка (*tightness*)²⁴ показывает, как далеко отклоняется цена реальной сделки от средней рыночной цены. Другими словами, рассматриваются общие издержки, которые несет трейдер независимо от уровня рыночных цен. Для измерения «сжатости» рынка в подавляющем большинстве случаев используется величина бид-аск спреда (*bid-ask spread*), который трактуется несколькими способами. В литературе [3, 77] выделяют три вида бид-аск спреда:

²³ «Если в 2006 году среднее время исполнения сделки на «полу» NYSE составляло 14 сек., то сегодня время исполнения в большинстве торговых систем (включая NYSE) измеряется миллисекундами, а иногда и микросекундами... К примеру, трейдер из Лос-Анджелеса, не говоря об иностранных участниках, уже не может эффективно торговать на быстро меняющемся американском рынке акций, поскольку задержка сигнала до Нью-Йорка и обратно составляет около 40 мсек.» [9].

²⁴ Алехин [3] переводит данный термин как «плотность», а Щукин [15] – «вязкость».

- котируемый спрэд (*quoted spread*), т.е. разность между минимальной ценой заявок на продажу и максимальной ценой заявок на покупку;
- реализованный спрэд (*realised spread*), равный разнице между средневзвешенными ценами сделок за какой-то период времени, совершенных по цене спроса, и сделок, совершенных по цене предложения;
- эффективный спрэд (*effective spread*), определяемый для каждого участника рынка индивидуально и равный разнице между реальной ценой сделки и средней ценой рынка в момент сделки.

Котируемый спрэд измеряется до совершения сделок на рынке, цена исполнения которых не обязательно совпадает с котировками, причем может оказаться и внутри задаваемого ими ценового диапазона. По этой причине данная разновидность спреда хорошо описывает рынки, где заявки исполняются почти исключительно по ценам лучшей котировки. Стоит отметить, что котируемый спрэд можно представить в абсолютной (разность между лучшими ценами покупки и продажи) и относительной (та же разность делится на среднее арифметическое между этими ценами) форме. Очевидно, что последний лучше применим для проведения сравнительного анализа ликвидности на различных рынках.

В свою очередь, реализованный спрэд дает лучшую картину сделок, произошедших за определенный период торговли. Стоит отметить, что при его определении в качестве весов берутся доли объемов сделок, совершенных по каждой из цен, от общего количества за данный период времени.

Особое внимание при применении эффективного спреда для измерения «сжатости» рынка следует обратить на тот факт, что при его

определении используется цена реальной сделки, а не выставляемые котировки. Поскольку данная разновидность бид-аск спреда учитывает изменение цены, происходящее в период времени между котировкой и исполнением реальной сделки, можно утверждать, что эффективный спред характеризует направление движения цен. При отсутствии статистики о котировках и при допущении о наличии эффекта «отскока» цены²⁵ (*bid-ask bounce*) можно оценить неявный эффективный спред (*implicit efficient spread*), предложенный Роллом [122]. Он рассчитывается как корень квадратный из минуса ковариации последовательных изменений цены, которая в данной модели всегда является отрицательной величиной.

В микроструктурных финансах (например, см. [83, 90]) различают три компонента рыночного спреда: 1) компенсация за расходы на обработку заявки (*order-processing costs*), 2) компенсация за инвентарный риск (*inventory-carrying costs*) маркет-мейкера, представляющая собой плату за немедленность сделки, 3) компенсация за убытки от сделок с информированными трейдерами (*asymmetric information costs*). Расходы на обработку заявки характеризуют стоимость предоставления ликвидности, отражая тем самым издержки на ведение торговли, состояние технологии и уровень конкуренции. Вторым компонентом описывает нежелательный риск поддержания позиции открытой, возрастающий с увеличением волатильности цены и с уменьшением торговой активности. Естественно, что маркет-мейкер требует компенсацию за инвентарный риск, что, в свою очередь, отражается в различии между ценами покупки и продажи. Дилер (или специалист) выставляет две различные котировки также из соображения, что контрагентом в сделке может выступить участник рынка, который

²⁵ «Отскок» цены – «исполнение заявок только по ценам котируемого спреда (минуя цены внутри и вне его)» [3].

лучше информирован о перспективах торгуемого актива. В этом случае при совершении сделки возможны потери, которые призван компенсировать все тот же бид-аск спрэд.

Все три компонента очень тесно переплетены между собой, и их вычленение является непростой задачей. Проблеме декомпозиции бид-аск спрэда на отдельные составляющие посвящено большое количество работ. Из их числа стоит особо выделить эмпирическое исследование Ханга и Столла [83]. Однако для определения величины потенциальных потерь портфеля представляется достаточным иметь значение той или иной разновидности спрэда, нежели точную декомпозицию спрэда, полезную для понимания «сжатости» рынка, но никак не ее измерения.

В микроструктурной литературе часто в качестве синонима «сжатости» (*tightness*) используют термин «ширина» (*breadth*). Более того, иногда в данное понятие вкладывается совсем другой смысл: число и объем различных котировок, подкрепляющих лучшую цену покупки (продажи). Чем шире рынок, тем больший объем встречной заявки необходим для сдвига цен. В ряде работ ширина рынка даже выделяется в качестве дополнительного (пятого) аспекта (атрибута, измерения) ликвидности [124]. Однако в последнем случае понятие глубины рынка, как правило, сводится только к количеству заявок при других ценах, уступающих лучшим ценам покупки и продажи (см. ниже). При этом ширина рынка по сути совпадает с глубиной рынка в понимании Кайла.

Таким образом, данный аспект ликвидности отражает уровень транзакционных издержек. *Чем меньше спрэд, тем выше ликвидность.*

1.3.2 Глубина рынка

Глубина рынка (*depth*) характеризует спрос и предложение бумаг к моменту сделки. Данный аспект ликвидности позволяет судить о развитости рынка в категориях его объема, числа участников и интенсивности торговли. Глубина рынка может быть измерена двумя способами: либо количеством и объемом выставленных заявок на покупку и продажу, либо значением издержек влияния на цену [111]. В качестве показателя, описывающего количество и объем заявок, можно брать объем заявок в книге лимитированных заявок (*limit order book*). Под издержками влияния на цену (*market impact* или *price impact*) принято понимать рост (снижение) цены в результате исполнения сделок, инициированных покупателями (продавцами).

Другими словами, глубина рынка означает либо объем заявок в книге лимитированных заявок, либо объем торгов, еще возможный без сдвига цен в ту или иную сторону. Разница между двумя определениями состоит в том, что всех заявок в книге лимитированных заявок может быть не достаточно, чтобы удовлетворить единовременно весь шквал заявок на покупку (продажу). Тогда возникший дисбаланс между спросом и предложением может привести к сдвигу цен покупателя или продавца от котироваемых на данный момент времени. Вопрос о том, приведет или не приведет шквал заявок одного типа (на продажу или покупку) к такому сдвигу, зависит от встречных заявок другого типа в текущий момент времени. Таким образом, измерение глубины рынка призвано определить максимально возможный объем торгов, который еще в состоянии предотвратить расхождение цен покупателя и продавца от выставляемых маркет-мейкерами котировок.

Принимая во внимание эти соображения, можно прийти к выводу, что для измерения глубины рынка лучше использовать *издержки*

влияния на цену. Их можно измерить как *разность между средней*²⁶ *ценой ликвидации актива и первоначальной средней рыночной ценой (на момент размещения заявки).*

Котируемый спрэд, если брать его половину, может совпадать с величиной издержек влияния на цену, но только как *ex ante* величина и при условии немедленной ликвидации всего портфеля одним лотом. В этом случае половина котируемого спрэда (*quoted half-spread*) добавляется (вычитается) из средней цены, если объем заявки не приводит к сдвигу цен. Однако ликвидационная стоимость не может быть наблюдаема *ex ante*, если речь идет об объемах, способных создать значительный дисбаланс между спросом и предложением. Какие-то предположения насчет цены исполнения текущей заявки могут быть вынесены лишь *ex post* при условии, что имеются данные о поведении цены, выставленных заявках и объемах торговли.

Косвенной характеристикой глубины рынка может служить отношение объема торговли активом за данный период времени к общему объему, находящемуся в обращении (для срочного рынка - к объему открытых позиций по данному классу инструментов). Полученное таким образом значение может служить показателем глубины только при нормальных рыночных условиях, но, тем не менее, даже в отсутствие ощутимых потрясений оно может ее значительно недооценивать. Объем торговли активом может говорить лишь о реализованной глубине, но не о потенциальной глубине рынка.

Таким образом, данный аспект ликвидности отражает как транзакционные издержки, так и механизм установления цен. *Чем больше глубина, тем выше ликвидность.*

²⁶ Рассматривается средняя цена ликвидации актива, так как рыночная заявка может быть раздроблена на несколько более мелких, исполнение которых возможно по различным ценам.

1.3.3 Релаксация рынка

Релаксация рынка (*resiliency*) характеризует время, за которое восстанавливаются нормальные рыночные условия после колебаний цены, вызванных неинформационным шоком. Другими словами, речь идет о времени, за которое устраняется возникший дисбаланс между спросом и предложением. Измерение этого аспекта ликвидности, несомненно, имеет практическую ценность для понимания потенциальной глубины рынка, которая не может быть наблюдаема в нормальных рыночных условиях.

Соответствующий английский термин можно перевести как «упругость»²⁷, что позволяет получить интуитивно понятную аналогию с распрямлением пружины после сжатия. С точки зрения теории рыночной микроструктуры, рынки становятся «упругими» в результате действий так называемых «стоимостных» трейдеров (*value traders*). Согласно Харрису [77], данная разновидность трейдеров относится к классу информированных трейдеров (*informed traders*), которые принимают решения о торговле активами на основании информации о справедливой стоимости (*fair value*) актива. Отличительной особенностью стоимостных трейдеров является то, что они оценивают саму справедливую стоимость финансового инструмента²⁸ и сравнивают ее с текущей рыночной ценой. Если по их расчетам актив недооценен (оценка справедливой стоимости превышает рыночную цену), то они его покупают; если переоценен – продают. Очевидно, что для вступления в торговлю данного вида трейдеров величина расхождения между их оценками справедливой стоимости и текущей рыночной ценой

²⁷ С точки зрения Смирнова С.Н. [11] термин «релаксация», употребляемый в физике, лучше отражает природу данного явления.

²⁸ В отличие от новостных трейдеров, оценивающих изменения справедливой стоимости вследствие новостей, и арбитражеров, оценивающих различия в стоимостях между коррелирующими инструментами (см. [77]).

актива должна превышать трансакционные издержки. При движении цен стоимостные трейдеры выступают в роли контр-трейдеров (*contrarian traders*), которые продают при росте цен и покупают при их падении. Следовательно, они замедляют резкие движения цен и возвращают рынок в нормальное состояние, выставляя, как правило, лимитированные заявки на покупку во время движения цены вниз и, наоборот, вносят в торговую систему лимитированные заявки на продажу во время роста цены.

Таким образом, можно утверждать, что релаксация рынка характеризует его способность выявлять неинформированных трейдеров. Следовательно, стоимостные трейдеры делают рынок более эффективным, так как благодаря их торговым стратегиям цены отражают информацию. Естественно, релаксация рынка возможна только в том случае, если имеют место неинформационный шок и достаточная финансовая мощь трейдеров, способная обеспечить необходимую глубину рынка для поглощения встречного потока заявок.

Для измерения релаксации рынка применяется показатель гамма (γ), оценивающий скорость возврата величины бид-аск спреда к его значению накануне сделок. Значение этого показателя можно получить, измерив вызванное сделками расширение бид-аск спреда и время, требуемое для восстановления «досделочного» значения спреда путем выставления внутри текущего спреда новых лимитированных заявок. Этот способ оценки полезен для учета потенциальных торговых потребностей, образующих своего рода запасной «резервуар» ликвидности накануне сделок. Чем меньше гамма, тем быстрее восстанавливается «досделочное» состояние рынка путем трансформации потенциальных потребностей в конкретные заявки и, как следствие, ликвидность выше.

Таким образом, данный аспект ликвидности отражает механизм установления цен. *Чем меньше релаксация, тем выше ликвидность.*

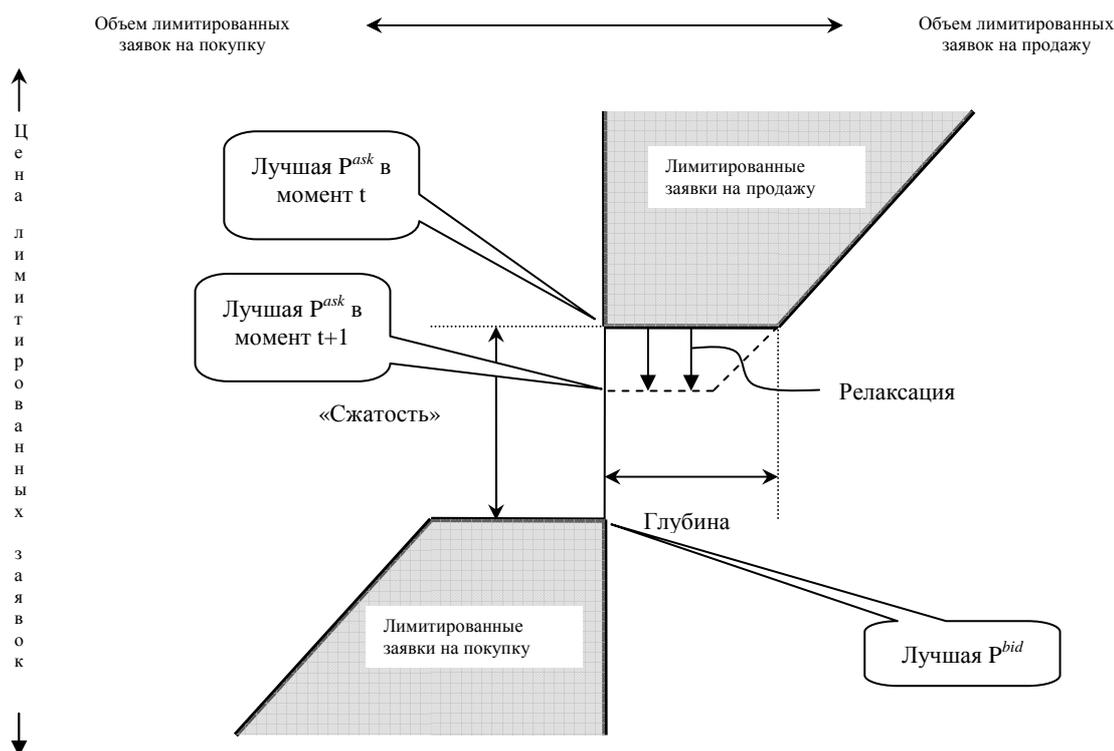
1.3.4 Немедленность рынка

Немедленность рынка (*immediacy*) характеризуется временем между размещением заявки на стандартный объем (полный лот) и ее исполнением. Немедленность можно измерять временем до первого исполнения лимитированной заявки. В данном случае лучше брать абсолютное календарное время между вводом и первым исполнением. Однако первое исполнение не всегда означает полное исполнение. Но на некоторых площадках (например, ММВБ) подавляющее большинство заявок исполняется целиком за первую «смычку» (*matching*). Чем короче время до первого исполнения, тем выше ликвидность. Другой показатель немедленности - время до снятия заявки с торгов. Чем дольше заявки остаются открытыми до снятия, тем ниже темп обновления котировок и, следовательно, ниже ликвидность.

Таким образом, данный аспект ликвидности отражает механизм установления цен. *Чем меньше немедленность, тем выше ликвидность.*

1.3.5 Общая картина. Ограничения подхода

Измерения ликвидности связаны между собой, что наглядно демонстрирует Рис. 1:



Источник: Bank for International Settlements. Market Liquidity: Research Findings and Selected Policy Implications. Report of a Study Group established by the Committee on the Global Financial System of the central banks of the Group of Ten countries, 1999, с. 41.

Рис. 1 - Аспекты рыночной ликвидности.

Например, чем больше сравнительный дисбаланс заявок на покупку и заявок на продажу (горизонтальная ось вверху Рис. 1), тем дальше рыночные цены должны отклоняться от стандартной цены на продажу, P^{ask} , и стандартной цены на покупку, P^{bid} (вертикальная ось Рис. 1), чтобы этот дисбаланс исчез.

Показатели глубины (горизонтальные отрезки, отходящие от вертикальной оси) должны «схватывать» тот максимум неисполненных заявок, который допустим, прежде чем состоится такое отклонение. А показатели релаксации характеризуют ту скорость, с какой исчезает дисбаланс заявок.

Таким образом, приведенное выше определение ликвидности, сформулированное Комитетом по глобальной финансовой системе (CGFS) Банка международных расчетов (BIS) [111], распадается на несколько частных определений, которые можно назвать рабочими,

поскольку они указывают на метод измерения ликвидности (если не всей сразу, то хотя бы отдельных ее «частей» (аспектов)).

И, как правило, когда речь идет о том или ином показателе ликвидности, то подразумевается какой-нибудь частный показатель, характеризующий немедленность, «сжатость», глубину или релаксацию. Учет всех четырех атрибутов дает более или менее полную картину ликвидности.

Однако, как показывает исследование Комитета по международной финансовой системе [111], существуют определенные трудности с данными на различных рынках, т.е. на сегодняшний день основной проблемой при измерении указанных характеристик является получение необходимых данных. Имеется два основных набора данных для анализа ликвидности – данные о котировках, выставленных в системе – это информация, доступная трейдеру, и данные о реально совершенных в системе сделках. Отсюда очевидно использование различных категорий данных в исследованиях, что вызвано, вероятно, отличиями в структуре тех или иных рынков. Речь идет о том, что каждый из указанных выше аспектов ликвидности играет разную роль на различных рынках. Таким образом, какой-то один аспект ликвидности может быть очень информативен для одного рынка, в то время как на другом рынке он не имеет смысла. Более того, с течением времени важность каждого из аспектов при составлении целой картины также может изменяться. Особенно это заметно при сравнении условий кризиса и стабильности на рынке.

Другая сложность заключается в том, что улучшение одного из аспектов ликвидности может приводить к ухудшению другого. Пример этому дается в работе Муранага и Шимицу [116], когда увеличение объема книги лимитированных заявок (улучшение глубины рынка) сопровождается увеличением бид-аск спреда (ухудшением «сжа-

тости» рынка) при определенных условиях доступа трейдеров к информации в книге лимитированных заявок.

Исходя из соображений о привлечении новых участников и снижении затрат на проведение торговли, большинство организованных рынков в последнее время перешли на использование электронных торговых систем, которые позволяют накапливать подробную высокочастотную статистику о ходе торгов финансовыми инструментами. Даже при наличии дилеров на рынке многие биржи организуют свои торги на основе открытой книги лимитированных заявок (*limit order book*).

В силу наличия данных, накопленных таким образом (подробнее в главе 3 настоящей работы), настоящая работа посвящена изучению риска рыночной ликвидности на рынках, движимых заявками, которые организованы в форме книги лимитированных заявок. Данную разновидность рынка, движимого заявками, принято также называть рынком лимитированных заявок [2].

1.4 Требования к управлению портфелем при реструктуризации: мировой опыт и современные тенденции

С учетом всего вышесказанного осуществление на практике решения по реструктуризации (перестройке или ликвидации) портфеля требуют от управляющего портфелем придерживаться рационального способа принятия решений, направленного на оптимизацию стоимости, получаемой (передаваемой) при открытии и закрытии позиций по портфелю. Не ограничивая общности, далее будет рассматриваться только случай ликвидации портфеля, когда по некоторым соображениям необходимо закрыть позиции по произвольному портфелю активов. Например, финансовый институт должен продать какую-либо часть своего торгового портфеля для привлечения наличных средств,

необходимых для покрытия своих обязательств перед третьими лицами или финансирования новых инвестиционных проектов. Более того, сузим постановку задачи о закрытии позиций до продажи активов. По тем же соображениям в качестве активов будем далее рассматривать только обыкновенные акции произвольной компании, прошедшие листинг на некоторой фондовой бирже. Следовательно, в целях настоящей работы перед управляющим портфелем стоит задача продать на организованном финансовом рынке входящие в состав портфеля акции таким образом, чтобы оптимизировать транзакционные издержки и в результате получить максимально возможную ликвидационную стоимость портфеля.

В данном случае речь идет об оптимизации транзакционных издержек, а не об их минимизации, так как основной целью является не сокращение затрат само по себе, а получение максимальной ожидаемой ликвидационной стоимости при продаже акций. В ряде случаев высокие транзакционные издержки говорят не о низкой эффективности управления портфелем, а о необходимых издержках ведения торговли (*costs of doing business*) [120]. Другими словами, сокращение транзакционных издержек может приводить к нежелательному снижению ликвидационной стоимости портфеля.

Рациональный способ принятия решений о продаже акций на фондовом рынке должен учитывать ряд моментов, свойственных как самому портфелю, так и микроструктуре рынков, на которых ведется торговля соответствующими активами. В результате учета всех релевантных факторов управляющий портфелем должен выработать рациональную стратегию ликвидации портфеля, конечной целью которой является максимальная ликвидационная стоимость портфеля с учетом риска.

На рациональную стратегию ликвидации должны оказывать влияние следующие факторы:

- мотив торговли;
- объем позиций;
- текущая ситуация на рынке;
- присутствие маркет-мейкеров и других посредников (*trade facilitators*);
- наличие альтернативных торговых систем;
- выбор брокеров;
- наличие прямого доступа к рынку (*direct market access*);
- виды допустимых заявок (ордеров) на рынке, управляемом заявками.

Мотив торговли, по сути, определяет степень агрессивности стратегии ликвидации. Если в его качестве выступает информация о некотором будущем событии, которая должна быть обнародована в определенный момент времени и может оказать значительное влияние на цену акции, то во избежание скачка цены в неблагоприятном направлении рационально действующему управляющему портфелем следует избавиться от этих акций в максимально сжатые сроки до объявления новости²⁹. В нашем случае речь идет о том, что некая негативная информация, будучи добавленной в общий поток релевантной информации о торгуемой акции, может быть отражена в ее цене через действия участников рынка таким образом, что это приведет к незамедлительному снижению цены. Если же в качестве мотива торговли выступает частное мнение управляющего портфелем о недооценке (переоценке) актива относительно его фундаментальной стои-

²⁹ В данном случае речь идет не о запрещенной законодательством многих стран инсайдерской торговле, а о ситуации, связанной с неопределенностью перспектив акции после выхода в свет анонсированной ранее информации.

мости³⁰, то в этом случае нет никаких оснований для немедленного закрытия позиций, т.е. можно продавать активы в течение более длительного времени с целью снижения издержек влияния на цену.

Объем позиций, по большому счету, определяет, насколько важна ликвидность рынка как критерий принятия решений при ликвидации портфеля. В данном случае огромное значение приобретает глубина рынка, так как управляющий портфелем более всего озабочен тем, приведет ли ликвидация портфеля к сдвигу цен в неблагоприятном направлении (в нашем случае речь идет о снижении цены при продаже актива) и насколько существенным он окажется. Очевидно, что об объеме позиции в данной ситуации можно говорить только в относительном смысле: в его отношении либо к среднему дневному объему торговли (*average daily volume*), либо к общему объему выпуска акций (*total shares outstanding*), либо к объему акций, находящихся в свободном обращении (*free float*).

Условно все сделки можно классифицировать на три вида по их объему: розничные сделки (*retail trades*), сделки по крупному пакету акций (блоки – *block trades*) и сделки по очень крупному пакету акций (крупные блоки – *large block trades*). Вопрос об отнесении той или иной позиции в какую-либо указанную группу является довольно сложным. В принципе, сделка считается блоком, когда становится трудно ее исполнить, используя стандартные торговые процедуры [77]. В этом случае потребитель ликвидности требует больше ликвидности, чем доступно на бирже или имеется в распоряжении у дилеров. На признание сделки блоком оказывают влияние активность торгов на рынке (является ли он тонким или глубоким) и ценовой уровень акции.

³⁰ Точнее, оценки фундаментальной стоимости, полученной управляющим в результате проведенного анализа.

Как правило, биржи классифицируют сделку как блок, если ее объем превышает некоторое фиксированное количество акций. Данная процедура определения блока носит произвольный характер (в смысле экономической интерпретации) и варьируется от биржи к бирже. Например, на Нью-Йоркской фондовой бирже блоком считается любая сделка, насчитывающая 10 000 или более акций. К сожалению, такой подход не учитывает ни уровень активности рынка, ни ценовой уровень акции. Для голубых фишек (компаний с крупной капитализацией) может быть абсолютно не затруднительным исполнить рыночную заявку на те же 10 000 акций сразу после ее внесения в торговую систему. В то же время даже один лот акций (например, на NYSE в один лот обычно входят 100 акций) может быть с трудом куплен или продан, если речь идет о дорогостоящих акциях.

По мнению Харриса [77], для целей статистического определения того, является сделка блоком или нет, необходимо смотреть, превышает ли объем позиции некий фиксированный процент от среднего дневного объема торгов по рассматриваемой акции.

Что касается определения крупного блока, то в этом случае, скорее всего, нужно оценивать, какую долю составляет объем позиции от общего объема выпуска. Целесообразность выделения дополнительного вида сделки объясняется тем, что при достижении некоторого огромного³¹ уровня объема (относительно общего выпуска) может быть совсем не возможным купить или продать такое количество акций (доставшееся в наследство, необходимое для проведения поглощения компании и т.п.), торгуя на фондовом рынке.

Для целей настоящего исследования определим, что мы рассматриваем ситуацию, когда управляющий активом должен продать крупный пакет акций (блок) по соображениям о получении в распо-

³¹ По меркам того же среднего дневного объема торговли данной акцией.

ряжение своей компании наличных средств. Другими словами, нет никаких разумных причин (например, негативной информации), чтобы любой ценой избавиться от данного пакета акций незамедлительно.

В настоящее время поиск рациональной стратегии ликвидации портфеля для решения поставленной задачи должен учитывать все возможности по заключению сделок и особенности рыночной конъюнктуры тех или иных акций. Глобальные структурные и регулятивные³² изменения привели к серьезной трансформации современных финансовых рынков. Особенно стоит отметить внедрение и популяризацию электронных торговых систем, полностью автоматизировавших процесс торговли финансовыми активами. В результате управляющий портфелем сталкивается с фрагментированной ликвидностью (*fragmented liquidity*) рынка отдельной акции, так как потоки заявок, представляющие спрос и предложение, приходят с разной частотой в различные торговые системы. При этом заранее невозможно определить, на какой площадке условия для торговли наиболее благоприятные³³.

В первую очередь необходимо оценить *текущую ситуацию на рынке* данных акций, где они были первично размещены, так как на первичном рынке обычно сосредоточена основная ликвидность. Для этого необходимо получить информацию о том, торговался ли актив в течение дня. Если сделки уже проводились, то необходимо также выяснить по какой цене была заключена последняя из них. Кроме того, необходимо собрать сведения о величине бид-аск спреда, а также о

³² Например, введение в 2001 году на фондовых рынках США минимального приращения цены (тика), равного одному центу США, и принятие в 2007 году свода правил регулирования национальной рыночной системы США (Regulation National Market System – Reg NMS) с целью поддержания и развития конкуренции [8].

³³ В настоящее время фрагментированная ликвидность не характерна для российских финансовых рынков, но, скорее всего, ее появления можно ждать в обозримом будущем (с учетом глобализации и продолжающейся интеграции России в мировую финансовую систему).

форме и содержании книги лимитированных заявок (или отображаемой ее части) на предмет оценки потенциальных неявных транзакционных издержек при закрытии позиции определенного объема. Другими словами, требуется информация о ликвидности рынка, точнее, о таких ее аспектах, как «сжатость» и глубина рынка.

Также немаловажной информацией, характеризующей текущую ситуацию на рынке, является наличие краткосрочного тренда (последовательного движения цены вверх или вниз). С одной стороны, это позволяет выдвинуть предположение о наличии других крупных игроков, реализующих блоки на рынке. В случае исполнения крупной сделки на покупку другим участником рынка можно благоприятным образом (с точки зрения неявных транзакционных издержек) продать всю или какую-то часть позиции, поставив ликвидность тому, кто требует ее немедленно (через выставление лимитированных заявок на продажу). Если же есть подозрение, что на рынке действует участник рынка, продающий блок, то наличие конкуренции может привести к усилению неблагоприятного движения цены (в нашем случае – нисходящий ценовой тренд) при исполнении своего блока.

С другой стороны, наличие направленного движения цены независимо от породившей его причины (реализация блока другим участником или что-либо еще, не связанное с информацией об акции) оказывает влияние на степень агрессивности стратегии ликвидации [94, 95]. В случае роста цен управляющий портфелем может ускорить процесс продажи актива, так как в самом благоприятном случае есть возможность даже получить конечную ликвидационную стоимость, которая превысит текущую (на момент принятия решения о продаже) рыночную стоимость, т.е. понести отрицательные неявные транзакционные издержки. Однако в данном случае можно также развернуть рынок в обратное направление, если объем продаж через выставление

рыночных заявок превысит объемы позиций на противоположной стороне. Продолжением данной логики будет замедление скорости продаж при падении цен с целью снижения убытков.

Альтернативой описанному выше поведению будет снижение степени агрессивности продаж при росте цен, так как можно в этом случае говорить о возрастающей терпимости к риску, выражающейся в меньшей боязни потенциальных убытков (в нашем случае - отклонения ликвидационной стоимости от ее текущей рыночной). Что касается падения цен, то управляющий портфелем должен ускорить процесс продажи во избежание более крупных убытков.

Таким образом, речь идет о выборе адаптивной (динамической) стратегии ликвидации портфеля при наличии краткосрочного тренда, определяющей в конечном счете степень ее агрессивности. Более того, очевидно, что степень агрессивности торговли при реализации таких стратегий зависит от показателя несклонности к риску [125].

При оценке указанных факторов, определяющих текущую ситуацию на рынке, управляющий портфелем может оценить текущую рыночную стоимость портфеля (на основании цены последней сделки или лучших цен спроса и предложения) и потенциальные транзакционные издержки.

Значительные издержки влияния на цену, вызванные движением вглубь книги лимитированных заявок при исполнении рыночных заявок, и, возможно, недостаточность общего объема книги приводят к мысли, что процесс принятия решения о ликвидации портфеля должен быть разбит на несколько этапов (шагов), на каждом из которых должно приниматься решение о том, какая часть блока должна быть продана. При этом требуется определить, сколько должно быть таких шагов и как они должны отстоять друг от друга по времени, т.е. снова проявляется импульсный характер управления портфелем (см. 1.1 на-

стоящей работы). При определении длины временного интервала между шагами может оказаться полезным измерение другого аспекта ликвидности рынка – релаксации рынка, отвечающего за возвращение рынка в нормальное состояние после неинформативного шока. В идеале задача значительно упрощается в случае нахождения корреляции между объемом позиции, выводящей рынок из равновесного состояния, и временем релаксации, за которое выставляются новые лимитированные заявки, возвращающие рынок в досделочное состояние (обычно в этом случае речь идет только о величине бид-аск спреда).

Более того, в условиях отсутствия релевантной информации об эмитенте акций и каких-либо других причин немедленно ликвидировать портфель управляющий портфелем располагает некоторым периодом времени, в течение которого требуется закрыть позиции. Даже при наличии информации (что выходит за рамки настоящего исследования) превышение определенного объема заявки может привести к такой величине транзакционных издержек, что ставится под сомнение целесообразность проведения операций такого объема на рынке (в силу описанных ранее компенсаций за инвентарный риск и асимметрию информации).

Стоит особо отметить, что при решении многошаговой задачи рациональной ликвидации портфеля необходимо учитывать не только потенциальные издержки влияния на цену, но и потенциальные издержки, связанные с возможностью неблагоприятного движения цены. Речь идет о том, что постепенно ликвидируя портфель на каждом из шагов с целью минимизации издержек влияния на цену, сама цена акции может иметь такую динамику, что альтернативные издержки закрытия всего портфеля на первом шаге могут быть сопоставимы, а то и превышать неявные транзакционные издержки. Другими словами, минимизировав только неявные транзакционные издержки, мы

можем получить ликвидационную стоимость ниже той, чем мы могли бы получить при более высоких транзакционных издержках.

Таким образом, управляющему портфелем каким-то образом необходимо разбивать блок на меньшие части в силу наличия издержек влияния на цену и альтернативных издержек, связанных с неблагоприятными движениями цены. Наличие последних усложняет задачу, так как в их отсутствие было бы достаточно разбить блок на равные части в зависимости от числа шагов. Следовательно, управляющему портфелем необходимо иметь в своем распоряжении некую систему поддержки принятия решений для нахождения рациональной стратегии ликвидации портфеля.

Не вызывает сомнений то обстоятельство, что управляющий портфелем может ликвидировать портфель, не руководствуясь такой системой поддержки принятия решений, а используя другие возможности и торговые системы, альтернативные биржевому рынку, на котором торгуются данные акции. В частности, можно обратиться к дилерам, специализирующимся на торговле блоками (*block dealers*), или брокерам, которые пытаются найти контрагентов для владельца блока (*block brokers*)³⁴.

Дилеры готовы купить крупный пакет акций с определенной ценовой уступкой (*price concession*), компенсирующей их затраты и риски [58]. Иногда они указывают свою заинтересованность в купле-продаже акций через индикативные заявки (*order indications*), отображаемые в различных информационных системах (например, Bloomberg, Bridge и др.) В этом случае величина ценовой уступки является договорной. Однако стоит учесть, что информация о блоке, «зависшем над рынком» (*hanging over the market*), может стать достоянием

³⁴ В настоящее время можно говорить о крупных инвестиционных компаниях или брокерах-дилерах (*warehouses*), которые выполняют обе функции (например, Goldman Sachs или Deutsche Bank).

рыночной общественности или, что более вероятно, быть использована самим дилером для получения прибыли с использованием торговых стратегий на опережение (*front-running*)³⁵.

Брокеры готовы взять на себя решение данной задачи за определенную сумму комиссионных. Вопрос выбора брокеров зависит от их способности обеспечить наилучшее исполнение (*best execution*), которое до сих пор явно не определено ни в одном из правил торговли или регулирующих деятельность участников рынка документов [109, 133]. Кроме того, в случае привлечения брокеров возникает классическая экономическая проблема «принципал-агент», когда брокер может действовать в первую очередь в своих интересах, нежели в интересах владельца блока (например, использовать те же стратегии на опережение).

Также управляющий портфелем может прибегнуть к различным *альтернативным торговым системам*, называемым еще темными пулами ликвидности (*dark pools of liquidity*), кроссинговыми сетями (*crossing networks*) или «верхними» рынками (*upstairs markets*), где в анонимном порядке происходит смычка (*matching*) блоков во время проводимых несколько раз в день созываемых аукционов (*call auctions*). Например, в системе POSIT в качестве цены берется среднее значение между лучшими ценами спроса и предложения, выбранных случайным образом за последующие семь минут после открытия аукциона (с целью избежать манипулирования рынком). Однако в данном случае никто не гарантирует даже частичного исполнения заявки.

При наличии нескольких торговых площадок, на которых ведется торговля данными акциями, возникает вопрос выбора биржи или других систем торговли (*trading venues*) для направления заявок (*smart*

³⁵ Речь идет о недобросовестном дилере, который не боится потерять свою репутацию, или о дилере, который работает на достаточно не прозрачном рынке, чтобы не бояться обнаружения нечистоплотности своих действий.

order routing) с целью оптимизации ликвидационной стоимости. В последнее десятилетие возникла ситуация с «расщеплением» ликвидности (*liquidity fragmentation*), когда значительные (при этом сопоставимые между собой) объемы акций одного и того же эмитента торгуются на разных биржевых площадках и, более того, в различных альтернативных торговых системах (ATS), например в ECN (примеры – Instinet, Archipelago, Island и др.³⁶). В связи с этим возникает вопрос, использовать ли посредников (*sell-side*) или прямой доступ (*direct market access*)³⁷ на каждом из имеющихся рынков. В данном случае речь идет не об отказе от услуг брокеров вообще, а об оценке потери времени вследствие взаимодействия с брокером, принимающим и вводящим заявки. При использовании *прямого доступа к рынку* ««клиентская» заявка воспринимается рынком по-прежнему как заявка брокера, пусть и поданная за счет и/или от имени клиента, расчеты также осуществляются и гарантируются брокером» [6]. На первый план выходит другой аспект ликвидности – немедленность рынка, характеризующий время доступа к рынку.

Более того, при использовании рынков акций, организованных в форме книги лимитированных заявок, необходимо выбрать *типы используемых заявок* (например, рыночных или лимитированных). Другими словами, управляющий портфелем сталкивается с необходимостью выбора рациональной стратегии выставления заявок (*order submission strategy*) на каждом из шагов.

В любом случае (при использовании брокеров, дилеров или альтернативных торговых систем) система поддержки принятия решений, позволяющая разбить блок на отдельные части для каждого шага,

³⁶ Данные системы еще называют «четвертичным» рынком.

³⁷ Речь может идти как о получении специального программного обеспечения для непосредственного входа в торговую систему того или иного, так и о дополнительной установке сервера в дата-центре организатора торгов.

может быть использована в качестве эталона (бенчмарка, *benchmark*) для оценки результативности (*performance*) используемого способа ликвидации портфеля. При условии грамотного построения, снижающего риск манипулирования (*gaming*) управляющим инвестором³⁸, данная предварительная (*ex-ante*) оценка может быть использована как для оценки наилучшего исполнения, предоставляемого брокерами, так и для оценки эффективности работы дилеров. В свете вышесказанного очевидно, что краеугольным камнем такой системы поддержки принятия решений является адекватная методика измерения риска рыночной ликвидности.

³⁸ В этом случае также имеет место проблема «принципал-агент», так как управляющий портфелем может осуществлять действия, направленные прежде всего на максимизацию его вознаграждения, нежели чем на максимизацию чистой доходности портфеля, получаемой инвесторами.

Глава 2. Измерение риска рыночной ликвидности в целях управления портфелем

2.1 Теоретические подходы к оценке риска рыночной ликвидности

В литературе, посвященной моделированию финансовых рынков, можно выделить три направления в измерении риска рыночной ликвидности.

Первое направление связано с исследованием так называемых общих черт (общностей), характерных для ликвидности на различных рынках (*commonalities in liquidity*³⁹). Эти общности заслуживают пристального внимания, потому что их наличие подразумевает, что шоки ликвидности, возникнув внутри определенного сегмента финансовой системы, могут распространиться на остальные финансовые рынки страны и, с учетом глобализации мировой экономики, даже выйти за ее пределы⁴⁰. Таким образом, эти шоки являются источником системного риска для всех участников рынка. В результате анализа таких общих черт Т. Хордия, Р. Ролл и А. Субрахманиам [47], Дж. Хасбрук и Д. Сеппи [78] и Дж. Хюберман и Д. Халка [85] пришли к выводу, что можно разделить риск ликвидности на системный и специфический. Последний тип риска относится только к отдельному финансовому активу и, по определению, не может передаваться на другие рынки.

Очевидно, что для признания ликвидности одним из факторов риска шоки ликвидности, возникающие на рынках отдельных финансовых активов, должны коррелировать каким-то образом между собой. По сути, Т. Хордия, Р. Ролл и А. Субрахманиам [47], Дж. Хас-

³⁹ Данный термин введен Хордия, Роллом и Субрахманианом [47].

⁴⁰ Можно утверждать, что нечто похожее происходило во время азиатского кризиса в мае 1997 года и российского кризиса в августе 1998 года.

брук и Д. Сеппи [78] и Дж. Хюберман и Д. Халка [85] исследовали взаимосвязь между ликвидностью различных отдельных активов. Например, Дж. Хасбрук и Д. Сеппи [78], используя корреляционный анализ, анализировали общие черты в потоках заявок и доходностях для всех 30 акций, составляющих промышленный индекс Доу-Джонса (*Dow Jones Industrial Average*). При этом они использовали высокочастотные данные за 1994 год. В результате они выделили от одного до двух общих факторов в потоках заявок и показали, что эти факторы объясняют две трети общих черт в доходностях. Они также пришли к выводу, что специфический риск ликвидности преобладает над системным риском ликвидности в объяснении доходности отдельного актива. Следовательно, по мнению авторов, несмотря на существование общих черт, риск ликвидности является скорее отдельной характеристикой актива, нежели самостоятельным фактором риска. Т. Хордия, Р. Ролл и А. Субрахманиам [41] и Дж. Хюберман и Д. Халка [85] проводят анализ изменения перекрестных (*cross-sectional*) дневных показателей ликвидности, полученных в результате обработки внутрисуточного статистики (*intraday data*) для двух различных наборов акций, котирующихся на Нью-Йоркской фондовой бирже (NYSE) за 1992 и 1996 годы соответственно. Первые пришли к выводу, что дневные относительные изменения ликвидности отдельного актива связаны с изменениями рыночных и отраслевых усредненных показателей. Последние продемонстрировали, что изменения в характеристиках временных рядов для взаимоисключающих групп акций коррелируют между собой, что позволило авторам интерпретировать полученный результат как существование общего фактора ликвидности (*common liquidity factor*).

Второе направление в исследовании риска ликвидности связано с анализом влияния ликвидности актива на его доходность в рамках

модели оценки финансовых активов (CAPM). Например, Дж. Джэкоби, Д. Фаулер и А. Готтесман [86] предложили свою модификацию модели CAPM с целью показать, что истинная мера системного риска основана на чистых (после учета бид-аск спреда) доходностях (net returns). Далее они рассмотрели связь между ожидаемой доходностью и будущими издержками от наличия бид-аск спреда, используя инструментарий, предложенный в модели CAPM [12]. В результате Дж. Джэкоби, Д. Фаулер и А. Готтесман [86] получили выпуклую положительную зависимость, что отличается от результата, полученного Я. Амихудом и Х. Мендельсоном [24], основоположниками данного направления. Последние выявили наличие вогнутой положительной связи. Однако результаты Дж. Джэкоби, Д. Фаулера и А. Готтесмана [86] совпадают с эмпирически установленной связью между ожидаемой доходностью и будущими издержками от наличия бид-аск спреда, полученной М. Бреннаном и А. Субрахманиамом [43].

Последнее (в моем списке, но не по значению) из направлений в исследовании риска ликвидности связано с оценкой ликвидационной стоимости торгового портфеля, что, в свою очередь, может быть использовано для определения показателей потенциальных потерь с учетом ликвидности, например, LVaR. Только во второй половине 1990-х годов появились первые работы в этой области, в которых ликвидность моделируется как с точки зрения «сжатости», так и глубины рынка. Данное направление непосредственно обращается к проблеме учета ликвидности при оценке потенциальных потерь портфеля, которые могут реализоваться при его перестройке и ликвидации. В связи с этим далее подробно рассмотрены достижения именно в области внедрения характеристик ликвидности в модели, использующие в качестве меры риска показатель VaR.

2.2 Оценка риска рыночной ликвидности в портфельном контексте

Для полноценного моделирования риска рыночной ликвидности в целях управления портфелем должен быть учтен каждый из четырех аспектов ликвидности, описанных в главе 1. Однако на данный момент в литературе, посвященной управлению рисками на практике, выделяют следующие издержки ликвидации портфеля: бид-аск спрэд (*bid-ask spread*) и издержки влияния на цену (*price/market impact*), обусловленные величиной ликвидируемой позиции. Очевидно, что отмеченным разновидностям транзакционных издержек можно поставить в соответствие «сжатость» и глубину в микроструктурных моделях.

Риск рыночной ликвидности может быть измерен функцией цены от количества (*price-quantity function*), объясняющей оба вида издержек [90, 127]. Поставщики ликвидности готовы выступить в качестве контрагента по выставленным ими котировкам в размере заявки, не превышающем определенного объема – глубины котировки (*quote depth*) или нормального рыночного объема (*normal market size*). Превосходящие данную величину заявки на покупку будут исполняться по все возрастающей цене продажи (*ask*), а превышающие данное значение заявки на продажу – по все уменьшающейся цене покупки (*bid*), что проиллюстрировано на Рис. 2.

Тогда риск рыночной ликвидности при покупке (продаже) определенного объема актива может быть измерен непосредственно как модуль разности между ценой продажи (покупки) для данного объема и средней рыночной ценой, рассчитанной как среднее арифметическое из лучших цен покупки и продажи.

Стоит отметить, что размер позиции, характеризующий глубину котировки на Рис. 2, может отличаться для соответствующих лучших

цен спроса и предложения. Рис. 2 лучше всего описывает дилерский рынок с одним маркет-мейкером, представляющим котировки, подкрепленные обычно минимально допустимым объемом. В случае аукционного (движимого заявками) рынка, а также дилерского рынка с несколькими маркет-мейкерами данное равенство котированных глубин для цен покупки и продажи может не соблюдаться.

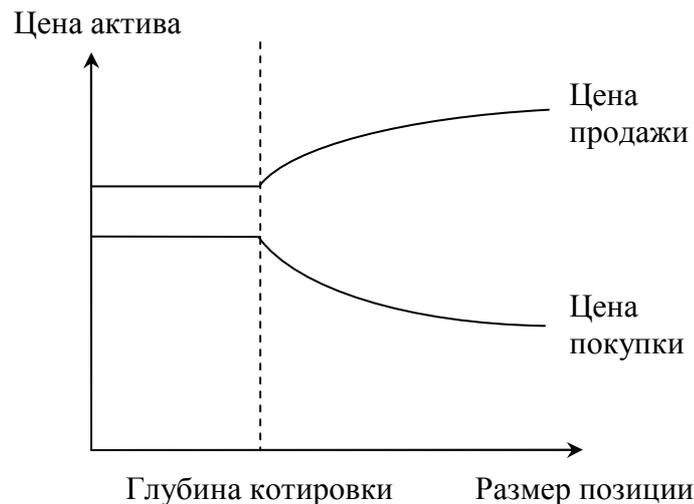


Рис. 2 - Влияние размера позиции на ликвидационную стоимость.

Таким образом, при нормальных рыночных условиях величина риска рыночной ликвидности зависит от размера позиции и оказываемого им влияния на цену. В свете представленного выше имеет смысл рассмотреть классификацию рисков рыночной ликвидности, предложенную А. Бангия, Ф. Диеболдом, Т. Шуерманом и Дж. Стругхайером [31].

Авторы подразделяют неопределенность в рыночной стоимости (*uncertainty in market value*), т.е. общий рыночный риск, на неопределенность в доходности актива (*uncertainty in asset returns*) и неопределенность, относящуюся к риску ликвидности (*uncertainty due to liquidity risk*). Последняя, в свою очередь, делится на *экзогенную* и *эндогенную ликвидность*.

Экзогенная ликвидность связана с аспектами микроструктуры рассматриваемого рынка. Она едина для всех участников рынка и не зависит от поведения отдельных агентов (хотя на нее можно повлиять одновременными идентичными действиями всех или почти всех рыночных участников). Экзогенный риск ликвидности описывается волатильностью котируемого бид-аск спреда.

Эндогенная ликвидность, наоборот, связана с действиями отдельных участников рынка. Как правило, на нее влияет размер ликвидируемой позиции: чем больше величина позиции, тем меньше эндогенная ликвидность и наоборот.

Сопоставление всевозможных уровней риска ликвидности и рыночного риска (в классическом понимании – волатильности доходности актива) проводится с целью показать, что большинство рыночных ситуаций приходится на случаи, когда оба риска либо велики, либо малы. Более того, авторы утверждают, что для анализа таких ситуаций с целью учета ликвидности рынка достаточно рассмотреть только экзогенный риск ликвидности, который характеризуется колебаниями ликвидности вследствие факторов, неподконтрольных каждому из участников рынка по отдельности. В то же время, авторы отмечают наличие эндогенного риска ликвидности, к которому относятся изменения ликвидности, порождаемые действиями отдельных трейдеров.

На мой взгляд, наличие совершенной положительной корреляции между рыночным риском и риском ликвидности вызывает сомнения, так как низкая ликвидность рынка может не сопровождаться серьезными флуктуациями цены (высокой волатильностью). Например, в периоды, когда на рынке, организованном в виде книги лимитированных заявок, низкая активность, характеризуемая малым количеством выставленных заявок и совершаемых сделок (объемом, не

превосходящим котируемую глубину). Рынки, для которых характерны такие особенности, принято называть «тонкими» (*thinly traded, shallow*). Похожая ситуация может происходить и на глубоких (*deep*) рынках во время обеденного перерыва, когда формально торговля не приостанавливается, но фактически сходит на нет. Тем не менее, есть работы, которые показывают, что к росту волатильности рынка приводят зачастую именно флуктуации ликвидности [68]. Объяснением данному явлению служит то, что в книге лимитированных заявок могут возникнуть разрывы между заявками на покупку (продажу) или же лучшие заявки могут в совокупности обладать малым объемом. Этого может быть достаточно, чтобы спровоцировать серьезное движение цены после введения в систему встречной рыночной заявки значительного объема. Таким образом, допущение о совершенной корреляции между данными видами рисков может приводить к неоправданно завышенной оценке общего риска.

Более того, С. Штанге и К. Касерер [127] считают данную классификацию риска рыночной ликвидности неточной, так как функция цены покупки (продажи) от количества, описывающая спрос (предложение), полностью определяется рынком, а не действиями отдельных участников, которые лишь задают положение точки на ее графике. В этом случае размывается грань между указанными типами риска рыночной ликвидности. Кроме того, данная классификация не отражает временной аспект⁴¹ влияния на цену, оказываемого позицией, объем которой превышает величину котируемой глубины.

Однако, с точки зрения Л. Эрцеговеси [65], разделение на экзогенную и эндогенную ликвидность очень удобно использовать для описания факторов, оказывающих влияние на ликвидность. На самом деле, как показал Трейнор [131] важно не поведение этих факторов по

⁴¹ Речь идет о временном и постоянном влиянии на цену (см. 2.5 настоящей работы).

отдельности, а их совместное поведение, т.е. корреляция между направлением (покупка или продажа) и объемом отдельно взятой заявки и направлением и объемом дисбаланса между агрегированным спросом и предложением на рынке, выражаемом потоком заявок. Если превышение в сторону совокупного спроса (предложения) пренебрежимо мало, то на первый план оценки издержек влияния на цену выходят экзогенные факторы. Если же ожидается устойчивый дисбаланс между агрегированным спросом и предложением, то даже позиция небольшого объема во время неблагоприятных движений рынка может привести к огромным потерям при ликвидации.

2.3 VaR и риск рыночной ликвидности

Для того чтобы учесть различные факторы, приводящие во время закрытия позиции к отклонению реализуемой цены от средней рыночной, был предложен ряд подходов для учета ликвидности при построении показателя VaR. В результате, на основании каждого из них можно получить меру риска ликвидности, которая добавляется к стандартному VaR, основанному на средних рыночных ценах.

Прежде всего, раскроем суть стандартного VaR и убедимся в необходимости его модификации для отражения риска рыночной ликвидности.

VaR представляет собой оценку потенциальных потерь портфеля через определенный период времени в будущем вследствие колебаний цен входящих в него активов [55, 90]. Основными допущениями при построении данного показателя риска являются:

- сохранение структуры портфеля в течение указанного периода времени;

- задание вероятности, ограничивающей убытки путем отбрасывания определенного количества наихудших значений;
- сохранение нормальных рыночных условий в течение данного периода времени.

При расчете VaR применяется стандартный математический подход к описанию риска, использующий язык теории вероятностей. Не вдаваясь в детали, можно утверждать, что VaR является квантильной мерой риска, отражающей риск сколь угодно сложного портфеля (с учетом производных финансовых инструментов, заимствований с использованием кредитного плеча, диверсификации портфеля и т.д.) одним числом. Особо стоит подчеркнуть, что при построении VaR под риском понимаются только неблагоприятные изменения стоимости портфеля (в отличие от широко используемого на практике стандартного отклонения).

Таким образом, VaR, являясь удобной и интуитивно понятной портфельной мерой риска, с середины 90-х гг. прошлого века получил широкое распространение в практике различных финансовых институтов, став, по сути, стандартом индустрии риск-менеджмента применительно к оценке, контролю и управлению рисками.

Одним из недостатков стандартного VaR является отсутствие учета ограничений, связанных с ликвидностью рынка.

Оценка возможных колебаний стоимости портфеля требует определения цен входящих в него активов. В качестве цен активов принято использовать средние рыночные цены в определенный момент времени.

Однако на практике не существует единой цены, так как в силу особенностей рисков (см. 1.1 настоящей работы), присущих торговле финансовыми активами, всегда можно наблюдать цены покупки (*bid*)

и продажи (*ask*). Как правило, в качестве средней рыночной цены при расчете VaR используется среднее арифметическое между лучшими котировками на покупку и на продажу. Следовательно, цена сделки при ликвидации какого-либо актива из портфеля будет отличаться в худшую сторону от рассчитанной таким образом средней цены.

Более того, средняя цена закрытия позиции по активу может также отличаться и от лучшей котировки на покупку (продажу) актива, если инвестор попытается ликвидировать одной рыночной заявкой позицию, объем которой превышает подкрепленный данной котировкой. Также не стоит умалять значение затрат в терминах времени на поиск контрагента, что особенно характерно не только для низколиквидных активов, но и для ликвидных активов в период рыночной турбулентности. Следовательно, при расчете VaR может произойти недооценка периода времени, который потребуется на ликвидацию портфеля. Данные издержки в терминах времени и денег в совокупности определяются ликвидностью рынка.

Подводя итоги, можно сказать, что стандартный VaR оценивает лишь потенциальные потери портфеля, которые понесет инвестор при закрытии позиции «на бумаге» [120], то есть до того момента, когда он выйдет на реальный рынок с целью ликвидации портфеля. Следовательно, при построении стандартного VaR подразумевается, что *позиция ликвидируется при помощи одной единственной сделки по фиксированной средней рыночной цене за фиксированный период времени вне зависимости от ее размера*. Очевидно, что такие выводы приводят к систематической недооценке потенциальных убытков портфеля.

Другими словами, рыночный риск предстает в некоей чистой форме, когда нет никакого трения на рынке, изменяющего цену в процессе заключения сделки. Согласно Х. Столлу [128], *трение* на финансовых рынках измеряет сложность, с которой осуществляется тор-

говля активом. В данном случае прослеживается аналогия с физикой: транзакционные издержки в экономической системе выполняют ту же роль, что и трение в механике. Трение на финансовых рынках может быть измерено временем, необходимым для рациональной покупки или продажи данного количества актива, что продемонстрировано С. Липпманом [107]. Другой способ измерения трения заключается в определении ценовой уступки (price concession), необходимой для немедленного исполнения сделки, что сформулировал впервые Х. Демсец [58]. Оба подхода равнозначны, так как ценовая уступка, необходимая для немедленного исполнения сделки, может быть рассмотрена как платеж, требуемый другой стороной сделки (например, дилером) для незамедлительной покупки или продажи актива и последовательного его размещения согласно оптимальной политике. В целях измерения риска ликвидности как источника потенциальных убытков подход Х. Демсеца [58] более приемлем для использования на практике.

Таким образом, *стандартная оценка VaR недооценивает риски рыночной ликвидности, т.к. она не принимает в расчет тот факт, что ликвидация осуществляется вовсе не по средней между ценами покупки и продажи цене, но скорее по средней цене за вычетом половины величины бид-аск спреда и, возможно, дополнительно еще за вычетом величины издержек влияния на цену.* При этом нужно не упускать из виду, что бид-аск спред может также претерпевать значительные колебания.

Следовательно, риск рыночной ликвидности, связанный с неопределенностью бид-аск спреда и издержек влияния на цену, является важной составляющей общего риска. Поэтому не вызывает сомнений, что риск ликвидности необходимо моделировать, по меньшей мере, для «тонких» (*thinly traded*) или развивающихся рынков. Более того, вследствие глобализации, приведшей к созданию единой мировой фи-

нансовой системы, роль рисков ликвидности, которыми можно было раньше свободно пренебречь, значительно возросла.

Что касается практики риск-менеджмента, то к учету риска рыночной ликвидности стали серьезно подходить только после событий августа 1998 года, когда объявление дефолта по внутреннему долгу РФ спровоцировало волнения на рынке краткосрочных корпоративных обязательств США и привело к краху одного из крупнейших на тот момент хедж-фондов – Long Term Capital Management (LTCM). Данные печальные события подстегнули исследования в данной области, о чем свидетельствует рост числа публикаций о так называемом VaR с учетом ликвидности (*Liquidity-adjusted Value at Risk*, далее – *LVaR*).

На практике для учета риска ликвидности некоторые параметры VaR иногда корректируются эмпирически на основании так называемых специальных (*ad hoc*) оценок. Так в качестве длины временного горизонта для расчета VaR подбирается срок t , за который портфель можно реализовать на рынке. Получаемые корректировки различаются между отдельными активами, а также они могут зависеть от размера позиции. В этом случае VaR строится на основе t -дневных доходностей, которые обычно рассчитываются из однодневных доходностей при условии, что последние являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами. В результате в рамках модели Башелье-Самуэльсона [123] t -дневные доходности получаются через умножение дневных доходностей на t , а t -дневные волатильности – через умножение на квадратный корень из t ⁴². Однако ряд эмпирических исследований [114, 117, 51] показывают наличие автокорреляции между краткосрочными (на периодах до 6 месяцев) приращениями цен. Даже если допустить, что доходности обладают свойством

⁴² В эконометрической литературе такая процедура называется *time aggregation*.

независимости условного среднего (*conditional mean independence*)⁴³, то нельзя пренебречь кластеризацией волатильности доходности⁴⁴, наличие которой подтверждено множеством эмпирических исследований (их обзор можно найти в [41]). Таким образом, для расчета t -дневных волатильностей необходимо использовать либо более сложные модели, учитывающие автокорреляцию доходностей и волатильностей (например, [59, 56, 49]), либо временные интервалы длины t [60].

Однако этот подход в лучшем случае обеспечивает оценку потенциальных потерь портфеля вследствие неблагоприятного движения *средней* цены. Другими словами, увеличение временного горизонта не дает оценку возникающих при исполнении издержек, связанных с разницей между средней ценой исполнения и начальной рыночной ценой.

Второй подход заключается в искусственном завышении волатильности для менее ликвидных активов. Стандартный VaR в этом случае рассчитывается на основе модифицированной ковариационной матрицы. В качестве критериев для увеличения волатильности берутся субъективные оценки. Не обладая внятной экономической интерпретацией, данный подход также не отражает сущность риска ликвидности.

Интуитивно понятные попытки учесть неявным образом ликвидность через искусственное завышение волатильности и через увеличение интервала времени, за который планируется ликвидировать

⁴³ Данное свойство является более слабым по сравнению с независимостью и заключается в том, что доходность имеет постоянное условное (по прошлой информации) математическое ожидание. Оно также является предметом дискуссии и отвергается некоторыми эмпирическими исследованиями [26, 27].

⁴⁴ Кластеризация волатильности подразумевает, что волатильность коррелирована во времени, а не является постоянной величиной. Для ее моделирования обычно применяются модели экспоненциально взвешенного скользящего среднего (EWMA) или ARCH/GARCH-модели.

позицию, не имеют прочного теоретического фундамента. Остальные, рассмотренные ниже подходы к модификации VaR с целью учета издержек при ликвидации портфеля используют достижения микроструктурных моделей рынка, описанные в главе 1 настоящей работы. Предложенная А. Бангия и др. классификация рисков рыночной ликвидности (см. выше) позволяет разделить данные подходы на две группы в зависимости от тех неявных транзакционных издержек, которые включаются в анализ. О корректировках с целью отражения только бид-аск спреда, описывающего «сжатость» рынка, можно говорить как о подходах к учету экзогенной ликвидности. В случае включения в рассмотрение издержек влияния на цену, характеризующих глубину рынка, - о подходах к учету эндогенной ликвидности.

2.4 Учет экзогенной ликвидности (бид-аск спрэд)

2.4.1 Текущее или ожидаемое значение бид-аск спреда

Если допустить, что открытая позиция может быть закрыта по лучшей цене покупки (продажи), то затраты на исполнение могут быть представлены в виде линейной функции от текущего или ожидаемого бид-аск спреда. $LVaR$ может быть оценен путем добавления к стандартному VaR ожидаемых издержек от наличия бид-аск спреда, т.е. произведения половины выраженного в процентах бид-аск спреда и размера позиции (рыночная стоимость для акций, номинальная стоимость (notional) для производных финансовых инструментов). Тогда для j -й позиции получается следующее выражение:

$$LVaR_j = VaR_j + Size_j \times \frac{E(S_j)}{2} \quad (2)$$

где $LVaR$ – VaR с учетом ликвидности, VaR – стандартный VaR, $E(.)$ – оператор математического ожидания, $Size$ – объем позиции и S – про-

центный бид-аск спрэд, равный отношению разности лучших цен спроса и предложения к средней рыночной цене.

Корректировки на ликвидность для каждого актива зависят от «сжатости» рынка того или иного актива. В этом способе учета ликвидности анализируются только нормальные или ожидаемые рыночные условия. Важные факторы ликвидности, такие как изменчивость бид-аск спреда и влияние размера позиции на цену исполнения, не учитываются.

2.4.2 Квантили распределения бид-аск спреда

Развивая предыдущий подход, можно посчитать компонент ликвидности в VaR, заменив текущее или ожидаемое значение бид-аск спреда квантилем для заданной вероятности. Данный подход был впервые предложен А. Бангия, Ф. Диеболдом, Т. Шуерманном и Дж. Стругхайером [31]. Для оценки наихудших ожидаемых издержек ликвидации (при отбрасывании определенного процента самых неблагоприятных случаев) они предлагают сосредоточиться на анализе только экзогенного риска ликвидности, который можно измерить с помощью оценки волатильности котируемого бид-аск спреда. Таким образом, в данном случае учитывается только один из четырех аспектов ликвидности – «сжатость» рынка.

Формула для LVaR в этом случае имеет следующий вид:

$$LVaR_j = VaR_j + Size_j \times \frac{Q_{s_j}(p)}{2}, \quad (3)$$

где $Q_{s_j}(\cdot)$ – квантиль функции распределения котируемого спреда (т.е. обратная функция от функции распределения спреда) и p – значение вероятности, для которой рассчитан LVaR.

Авторы используют стандартный дельта-нормальный подход к построению показателя VaR [14]. Они определяют однодневную до-

ходность актива в момент времени t , r_t , как разность логарифмов соответствующих среднерыночных цен:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (4)$$

Авторы модели рассматривают однодневный горизонт, за который анализируются последующие изменения стоимости актива, и допускают, что однодневные доходности распределены нормально. На основании таких допущений они получают следующее значение наилучшей ожидаемой в 99% случаев цены актива:

$$P_{99\%} = P_t e^{\left(E(r_t) - 2,33\sigma_t\right)}, \quad (5)$$

где $E(r_t)$ и σ_t^2 являются первыми двумя моментами распределения доходности актива, а множитель 2,33 для стандартного отклонения появляется из допущения о нормальности. Без потери общности, авторы допускают, что ожидаемое значение дневной доходности $E(r_t)$ равно нулю. Таким образом, стандартный VaR (далее – P-VaR) имеет следующий вид:

$$P - VaR = P_t \left(1 - e^{(-2,33\sigma_t)}\right) \quad (6)$$

Выведенные выше выражения для наилучшей ожидаемой цены ($P_{99\%}$) и потенциальных потерь (P-VaR) рассматривают только волатильность средней цены. В то же время имея открытую длинную позицию, участник рынка при ее ликвидации будет ожидать получить цену, равную разности средней цены и половины среднего бид-аск спреда ($\frac{1}{2}\bar{S}$). Более того, авторы заинтересованы не в ожидаемых в среднем, а в необычных, экстремальных (располагающихся в хвосте распределения) событиях, причем вызванных общими рыночными условиями, а не действиями отдельного участника рынка, разместивше-

го заявку необычно крупного (по сравнению с нормальным объемом на рынке) размера.

Отличительной особенностью модели Бангия – Диеболда - Шурманна - Страугхайера [31] является тот факт, что авторы определяют экзогенный риск ликвидности в терминах доверительного интервала. Они вводят так называемую «экзогенную стоимость ликвидности» (COL^{45}), основанную на определенном среднем бид-аск спреде \bar{S} , который суммируется с величиной волатильности спреда, умноженного на определенный множитель, $a \cdot \tilde{\sigma}$ (чтобы учесть большую часть (например, 99%) возможных значений бид-аск спреда):

$$COL = \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a \tilde{\sigma})] \quad (7)$$

где P_t – сегодняшняя средняя рыночная цена для актива, \bar{S} – средний относительный бид-аск спред (относительный спред равен отношению разности цен продажи и покупки к средней рыночной цене), $\tilde{\sigma}$ – волатильность относительного бид-аск спреда, a – фактор масштаба, подбираемый таким образом, чтобы охватить нужную часть распределения (в данной работе [31] – 99% распределения относительного бид-аск спреда).

В данном случае, проблема учета ликвидности осложняется немаловажным фактом, заключающимся в том, что распределение бид-аск спреда очень далеко от нормального. В связи с этим, нельзя брать величину фактора масштаба a , равную 2,33, чтобы отразить 99% распределения без наихудших значений, имеющих место в 1% случаев. К сожалению, данный множитель можно получить только эмпирически, рассмотрев соответствующее распределение бид-аск спреда. Анализ авторов показывает, что он колеблется от 2,0 до 4,5 в зависимости от рынка актива. Такой диапазон значений обусловлен формой распре-

⁴⁵ COL – аббревиатура для «*cost of liquidity*».

деления бид-аск спреда. В общем, чем больше распределение отличается от нормального, тем выше значение a . Однако так как эмпирическое распределение бид-аск спреда редко вписывается в какое-либо стандартное параметрическое семейство асимметричных распределений (например, логнормальное), то любое масштабирование волатильности для достижения нужной вероятности (*tail probability*) будет аппроксимацией.

Для того чтобы рассматривать совместно риск ликвидности и рыночный риск (выражаемый волатильностью доходности актива), авторы ввели предположение, что при неблагоприятных рыночных условиях экстремальные значения доходности и бид-аск спреда соответствующего актива происходят одновременно. Другими словами, низкие значения доходностей сопровождаются большим значением рыночного спреда. Как утверждают авторы, снятие этого допущения только усложняет алгебраические вычисления без привнесения каких-либо концептуально новых методов. Допущение о том, что присутствует достаточно сильная, пусть и не совершенная, корреляция между движениями средней цены и бид-аск спреда, позволяет авторам считать, что экстремальные значения, характеризующие рыночный риск и риск ликвидности, происходят в одно и то же время.

В итоге авторы получили следующее выражение для наихудшей ожидаемой с вероятностью в 1% цены (P'):

$$P' = P_t e^{(-2,33\sigma_t)} - \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{\sigma})] \quad (8)$$

Таким образом, окончательный вариант VaR с учетом ликвидности (LAdj-VaR) принимает следующий вид:

$$LAdj - VaR = P_t (1 - e^{(-2,33\sigma_t)}) + \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{\sigma})] \quad (9)$$

Такое моделирование LVaR, предлагая интуитивно понятный и простой способ измерения и интеграции риска ликвидности в оценку VaR, имеет ряд серьезных недостатков:

1. *Определение фактора масштаба.* Что касается распределения котироваемого бид-аск спреда, то факт его отличия от нормального приводит к серьезным проблемам оценки коэффициента a . Авторы оценивают данный параметр эмпирически.
2. *Объединение рыночного риска и риска ликвидности.* Данный способ моделирования объединяет два источника риска и исследует совместное влияние рыночного риска и риска ликвидности, допуская совершенную корреляцию между экстремальными колебаниями цены и бид-аск спреда. На практике, большие значения бид-аск спреда как раз проявляются более всего в периоды стабильности, характеризующиеся низкой торговой активностью. Данный эффект продемонстрирован в работе Т. Коупленда и Д. Галай [52]. Следовательно, такая асинхронная совместная динамика цены и бид-аск спреда приводит к переоценке риска.
3. *Отсутствие эндогенного риска ликвидности.* Модель Бангия - Диеболда - Шуерманна - Страугхайера [31] предполагает измерение только экзогенного риска ликвидности и не рассматривает вовсе эндогенный компонент риска ликвидности. Следовательно, LVaR, рассчитанный авторами, подходит только для позиций, размер которых не превышает объем, имеющийся в книге лимитированных заявок и соответствующий лучшим ценам покупки или продажи.
4. *Отражение внутрисуточной (intraday) динамики.* Модель авторов полностью игнорирует динамический аспект ликвидности внутри торговой сессии.

5. Невозможность учета совместной динамики бид-аск спрэдов активов в портфеле.

В связи с отмеченными недостатками были предприняты попытки улучшить данную модель учета ликвидности в оценке потенциальных потерь портфеля. Э. Ле Со [103], исследуя французский фондовый рынок, констатировал, что половина всего рыночного риска приходится на долю экзогенного риска ликвидности. В то же время он отметил, что необходимо учитывать эндогенный риск ликвидности, поскольку он представляет огромную важность для держателей портфелей значительного (по сравнению с объемом дневной торговли) объема. Он расширил данную модель путем включения в анализ средневзвешенного⁴⁶ бид-аск спреда при измерении VaR с учетом ликвидности. Такая модификация, по мнению Э. Ле Со, позволяет учесть эффект от ликвидации позиций большого объема. В схожей манере действовали и некоторые другие исследователи (например, А. Франсуа-Хейд и П. Ван Винендаль [70], Т. Ангелидис и А. Бенос [28], Д. Косанди [53]), пытаясь учесть как экзогенный, так и эндогенный риск ликвидности⁴⁷.

Несмотря на простоту расчета для индивидуальной позиции, идею LVaR сложно воплотить на портфельном уровне, так как возникают технические трудности, связанные с расчетом корреляций доходностей активов, корреляций показателей бид-аск спреда активов, а

⁴⁶ Э. Ле Со рассчитывал средневзвешенный бид-аск спред, отбирая все потиковые данные за торговый день и вычисляя средневзвешенную цену (и покупки, и продажи), весами для расчета которой служил соответствующий цене объем сделки от общего дневного оборота [103].

⁴⁷ Сравнительный анализ данных и ряда других моделей можно найти в [37].

также корреляций между доходностью каждого актива и показателем бид-аск спреда каждого актива⁴⁸.

Более того, исследователь зачастую сталкивается с проблемой данных. Для построения вероятностных распределений для различных активов требуется информация о бид-аск спреде за предыдущее время, которая накапливается не на всех рынках или является недоступной⁴⁹. Как правило, распределения серьезно отличаются от нормальных, являясь островершинными и бимодальными, что также добавляет сложностей для моделирования и расчетов. Данный факт, возможно, свидетельствует о переключении рынка между двумя режимами: нормальным и кризисным. На рынках во время серьезных кризисов огромная величина котируемого бид-аск спреда служит сигналом о неспособности маркет-мейкеров выполнять свои обязанности по формированию рынка. При таких обстоятельствах бид-аск спред теряет свою информативность.

Следовательно, применение оценок квантилей, основанных на нормальном распределении, без соответствующих корректировок на тяжелые хвосты, может привести к неправильной спецификации модели. Поэтому для анализа требуются временные ряды за продолжительный период. Тогда можно судить о рынке как в нормальном, так и в кризисном состояниях.

Неоспоримым преимуществом подхода, основанного на квантиле рыночного спреда, является его опора на наблюдаемые данные о рынке, что позволяет заинтересованным лицам осуществлять контроль над рисками на основе информации, не зависящей от оценок

⁴⁸ Так называемое проклятие размерности, вызванное увеличением числа параметров модели, которые необходимо оценивать. Возможные пути преодоления сложностей, возникающих при воплощении идеи LVaR на портфельном уровне, представлены в [65].

⁴⁹ Однако при отсутствии данных о котируемом бид-аск спреде можно воспользоваться моделью Ролла [122] для оценки неявного эффективного спреда на основе только ценовой информации о сделках (см. 1.3.1 настоящей работы). Пример оценки LVaR на основе данного показателя можно найти в обзоре А. Берваса [37].

поднадзорных трейдеров. Очевидно, что надежность данных о котированном бид-аск спреде подвергается сомнению на малоактивных рынках, где редко обновляются котировки, и на новых рынках, где еще не накоплена достаточная для анализа база данных. Однако это не умаляет заслуг данного подхода, основанного на эмпирическом поведении котированного бид-аск спреда. По мнению Л. Эрцеговеси [65], котированный бид-аск спред, представляющий собой «рыночную информацию о цене немедленного исполнения заявок небольшого объема» служит объективной основой (фундаментом) для оценки общих трансакционных издержек.

Применение этого подхода затруднено на рынках, где он более всего необходим, т.е. на «тонких» или очень волатильных рынках. Кроме того, он абсолютно не применим в условиях кризиса, когда данные о бид-аск спреде, требуемые моделью, могут быть недоступными, если при отсутствии дилеров податели лимитированных заявок, выполняющие роль маркет-мейкеров, воздерживаются от котировок.

Таким образом, такой подход учета ликвидности очевидно бесполезен в критических ситуациях, когда он неприменим. При нормальных же рыночных условиях он позволяет оценивать риск рыночной ликвидности для позиций небольшого объема. Альтернативный подход требует модели влияния на цену, возникающего вследствие отдельных торговых решений, которые специфичны и сложны для эмпирической оценки.

2.5 Учет эндогенной ликвидности (влияние на цену)

2.5.1 Влияние на цену

Несмотря на то, что модификации VaR, основанные на бид-аск спреде, лучше отражают реальность в сравнении со стандартным VaR,

они полностью игнорируют издержки влияния на цену. В связи с этим снова возникает возможность недооценки риска портфеля, так как влияние на цену, являясь основным источником эндогенного риска ликвидности (в классификации А. Бангия и др. [31]), может быть очень значительным. Как было продемонстрировано выше, оно зависит от размера позиции относительно нормальных объемов торговли за данный период времени.

Влияние на цену, оказываемое крупным пакетом (блоком) активов, было в центре внимания многих исследований в области микроструктуры рынка [16, 38, 81, 82, 32, 46, 92, 48, 45, 113, 19, 54, 119, 104], начиная с работы А. Крауса и Х. Столла [98], опубликованной в 1972 году. В результате, в разных работах были описаны схожие качественные характеристики влияния на цену, оказываемого большими заявками. Во-первых, была обнаружена следующая зависимость между объемом рыночной заявки и ценой сделки: чем больше объем на покупку (продажу), тем выше (ниже) цена. Во-вторых, во многих из указанных работ было отмечено, что исполнение больших заявок производит долгоиграющий эффект, оказывая воздействие на цены последующих сделок, хотя и в меньшей степени, чем непосредственно на цену сделки с участием той или иной заявки. Данные ценовые эффекты, впервые выделенные Р. Хольтхаусеном, Р. Лефтовичем и Д. Майерсом [82], получили соответственно названия «временного» и «постоянного влияния на цену». Стоит отметить, что в микроструктурной литературе принято объяснять существование временного и постоянного влияния на цену либо наличием асимметричной информации [63, 100, 73, 29, 18, 69, 42], либо трудностями найти контрагента в течение короткого периода времени [58, 75, 76].

Данные модели ставят своей целью объяснить процесс формирования цены через взаимодействие различных групп участников

рынка. Как правило, речь идет о торговле между маркет-мейкером и другими участниками рынка, обладающими разной степенью информированности. Модели носят карикатурный характер. Другими словами, они достаточно хорошо объясняют тем или иным образом наблюдаемые в реальности эффекты постоянного и временного влияния, отражая их основные характеристики. Тем не менее, в силу допущений об устройстве рынка и ценовой динамике они не могут быть использованы для построения на практике оценки издержек влияния на цену. Точнее говоря, они не могут обеспечить необходимую для целей измерения риска портфеля и дальнейшего управления им точность.

С другой стороны, влияние на цену может быть снижено или даже в ряде случаев вовсе устранено приемлемыми стратегиями ликвидации. В связи с этим представляется разумным решать задачу нахождения рациональной стратегии ликвидации вместо оценки влияния на цену, оказываемого тем или иным объемом позиции.

В литературе, посвященной выбору рациональных стратегий исполнения заявок [20, 35, 44, 119], принято моделировать решения, которые рациональный участник рынка должен предпринять в целях оптимизации ожидаемой полезности от ликвидации торговой позиции при допущениях о временном горизонте и ценовом процессе, скорректированном на влияние на цену, оказываемое совершаемыми сделками. Модели этого направления, как правило, задают экзогенную спецификацию для влияния на цену. В подавляющем большинстве случаев речь идет о линейной функции влияния на цену.

Задача нахождения стратегии ликвидации, максимизирующей полезность, может быть поставлена различными способами. Например, К. Лоуренс и Дж. Робинсон⁵⁰ [102] предложили простое решение

⁵⁰ К. Лоуренс и Дж. Робинсон были одними из первых, кто обратил внимание на тот факт, что оценка VaR не учитывает риск ликвидности.

для задачи нахождения стратегии исполнения, максимизирующей полезность. Основная идея предложенной ими модели заключается в том, что применение единого временного горизонта для всех позиций⁵¹ без учета их размера и ликвидности соответствующего рынка полностью неприемлемо. Более того, по их расчетам, чем короче данный период, тем больше недооцениваются убытки. Предлагаемый ими подход, основанный на стандартном анализе «риск-доходность», сводится к нахождению оптимального количества дней n , в течение которых производится постепенная ликвидация позиции через серию ежедневных сделок одинакового объема. Найденный таким образом период владения используется в качестве параметра для расчета VaR. Рациональная стратегия минимизирует сумму издержек влияния на цену и возможных потерь в цене из-за растянутой во времени ликвидации. Следовательно, авторы предлагают метод учета риска рыночной ликвидности, основанный на определении временного горизонта в зависимости от размера позиции и характеристик ликвидности рынка. Однако, подход К. Лоуренса и Дж. Робинсона [102] имеет ряд серьезных недостатков, особенно заметных в спецификации функций издержек, используемых при решении оптимизационной задачи.

Д. Бертсимас и Э. Ло [35] предложили более целостный подход к поиску рациональных стратегий, которые минимизируют ожидаемые издержки от торговли блоком заявок акций за отведенный временной горизонт. Стоит отметить, что это первый опыт использования такого метода оптимизации, как динамическое программирование, для решения задачи рациональной ликвидации портфеля. В частности, они вводят условие, что фиксированный пакет заявок, состоящий из S акций, должен быть исполнен до окончания всех фиксиро-

⁵¹ Обычно используют интервал в десять торговых дней (по рекомендации Базельского комитета [23]).

ванных периодов T^{52} . Кроме того, в модели Д. Бертсимаса и Э. Ло [35] функция издержек, отражающая влияние на цену, экзогенно задана. Она выражает цену исполнения индивидуальной заявки как функцию от количества торгуемых акций и рыночных условий. В результате они получают оптимальную последовательность торгов как функцию от рыночных условий, которая минимизирует ожидаемые издержки исполнения заявки объема S до истечения T периодов. Авторы также рассматривают портфельный случай, в котором влияние на цену для разных активов может воздействовать на общие издержки торговли портфелем [35, 36].

Используя оптимизационный метод, предложенный Д. Бертсимасом и Э. Ло, Дж. Берковиц [34] развивает тему моделирования эффекта влияния на цену. Дж. Берковиц также признает, что увеличение временного горизонта VaR для учета риска ликвидности недопустимо. Он предлагает интегрировать риск ликвидности через моделирование чувствительности цены к ликвидируемому объему.

Прежде всего, Дж. Берковиц [34] определяет риск ликвидности как неопределенное изменение стоимости портфеля, вызванное ликвидацией активов для оплаты в срок своих обязательств и выходящее за рамки экзогенных изменений цен факторов. Исходя из такого определения, он предлагает оценивать издержки влияния на цену, оказываемого немедленной ликвидацией портфеля, с помощью концепции эластичности спроса. Другими словами, если закрытие длинной позиции заставляет цены падать, то риск ликвидности может быть объяснен только через существование убывающих кривых спроса. Берковиц предлагает перестройку всего распределения прибылей и убытков на основе анализа риск-доходность и через различные численные методы.

⁵² T представляет собой конечное число.

Дж. Бертсимаас и Э. Ло [35] обсуждают возможность включения риска ликвидности в объективную функцию, но не приводят точную модель.

Такую модель можно найти в работе Р. Альмгрена и Н. Крисса [20]⁵³. Более того, Р. Альмгрен и Н. Крисс, также как и К. Лоуренс и Дж. Робинсон [102], рассматривают более общие условия минимизации ожидаемых потерь полезности от торговых издержек, где потеря полезности тождественна мере, равной сумме ожидаемых издержек от торговли и константы, умноженной на дисперсию издержек.

2.5.2 Стратегии ликвидации портфеля

Прежде чем перейти непосредственно к модели Р. Альмгрена и Н. Крисса [20], рассмотрим две стратегии, представляющие собой крайние случаи ликвидации портфеля, которые встречаются в подавляющем большинстве работ на данную тематику. Речь идет о мгновенной ликвидации (*immediate liquidation*) и постепенной ликвидации позиции равными порциями (*uniform liquidation*)⁵⁴. Последняя стратегия в литературе (например, в [35]) иногда называется наивной (*naïve*). На практике мгновенная ликвидация неизбежна при высоком уровне леввериджа и стрессовой ситуации на рынке. Постепенная ликвидация возможна при умеренном левверидже и спокойной ситуации на рынке [11].

Дальнейший анализ отмеченных выше крайних случаев использует логику изложения и обозначения, предложенные Ф. Джорионом [89]. Для простоты предположим, что функция цены от количества, описывающая влияние на цену, имеет линейный вид. Пусть для случая продажи она выглядит следующим образом:

⁵³ Краткое обобщение модели можно найти в [22].

⁵⁴ Перевод позаимствован из [11].

$$P(q) = P_0 (1 - kq) \quad (10)$$

где P_0 – начальная средняя цена, q – объем заявки, k – линейный коэффициент влияния на цену и $P(q)$ – цена исполнения, обусловленная объемом заявки. Допустим также постоянство средней цены и наличие только временного эффекта влияния на цену, т.е. объем торговли не сдвигает рыночную цену (после исполнения заявки цена возвращается к «досделочному» состоянию).

Измеряя издержки исполнения через изменение цены исполнения сделки по отношению к начальной средней цене, можно прийти к выводу, что немедленная ликвидация порождает квадратичные издержки:

$$C_I = q \times [P_0 - P(q)] = kq^2 P_0 \quad (11)$$

в то время как постепенная ликвидация позиции равными порциями создает меньшие издержки:

$$C_U = q \times [P_0 - P(q/n)] = k(q^2/n)P_0 \quad (12)$$

Недостаток длительной ликвидации заключается в том, что портфель остается подверженным ценовым рискам в течение более продолжительного периода, т.е. «накапливает потери от колебаний цен (зависит от волатильности рынка и срока ликвидации)» [11]. Подверженность риску в данном случае – функция от последовательности оставшегося размера позиции и волатильности средней цены. Искомая подверженность сводится к нулю мгновенной ликвидацией, в то время как при постепенной ликвидации позиции равными пропорциями она линейно уменьшается. Таким образом, оптимальное решение сводится к стратегии, которая предложит компромиссный выбор между издержками и риском.

Для анализа профиля «цена – риск» этих стратегий определим σ как дневную волатильность цены акции в денежном выражении. Пусть продажи исполняются по ценам закрытия торгового дня одним

блоком (*block*). Следовательно, для мгновенной ликвидации ценовой риск (или дисперсия стоимости портфеля) равен нулю. Для последовательных продаж равных порций дисперсия портфеля может быть рассчитана при допущении о независимости дневных доходностей за n дней следующим образом:

$$\begin{aligned}
 V_U &= \sum_{j=1}^n \sigma^2 \times position_j = \sigma^2 q^2 \left\{ \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 + \left(1 - 2\frac{1}{n}\right) + \dots + \left[1 - (n-1)\frac{1}{n}\right]^2 \right\} = \\
 &= \sigma^2 q^2 \left[n \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{2n}\right) \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

Например, для $n = 5$ дней корректирующий фактор в квадратных скобках итогового выражения равен 1,20. Таким образом, ценовой риск постоянной ликвидации за 5 дней равен риску поддержания начальной позиции за 1.2 дней (дисперсия линейна внутри периода поддержания из допущения о независимости доходностей). Интересно отметить, что согласно этой логике десятидневный фиксированный временной горизонт, диктуемый Базельским комитетом [23], эквивалентен постепенной ликвидации за 31 день. На мой взгляд, данная логика может использоваться при эмпирических котировках, направленных на увеличение временного горизонта VaR.

Стратегии исполнения, естественно, не ограничиваются этими двумя крайними случаями. Допущения относительно функции, выражающей влияние на цену, и стохастического процесса цен могут быть также сняты. В более общей форме можно выбрать величину стоимости портфеля, соответствующую максимизирующей стратегии X . Последняя определяется исходя из последовательности объемов совершаемых сделок (добавляемых к начальной позиции), которая ведет к компромиссному выбору между издержками исполнения C_X и ценовым риском V_X :

$$\min_x [C_x + \lambda V_x], \quad (14)$$

где λ отражает несклонность к ценовому риску [20, 113, 21, 96, 62, 95, 84].

Это ведет к другой формулировке LVaR – так называемому «дефициту исполнения» (*implementation shortfall*)⁵⁵, который выражается в следующей форме:

$$LVaR_x = \alpha \sqrt{V_x} + C_x, \quad (15)$$

где α – множитель, зависящий от требуемого уровня вероятности. Необходимо отметить, что $LVaR_x$ не принимает в расчет риск изменения ликвидности как характеристики рынка до тех пор, пока принятый в допущении ценовой процесс не включает случайную функцию влияния на цену. Альмгрен и Крисс [20] рассматривают случай меняющихся во времени параметров функции влияния на цену.

Вследствие отсутствия аппроксимации функции, выражающей влияние на цену, модели определения рациональной стратегии ликвидации актива, рассмотренные выше, испытывают трудности как при непосредственном применении на практике, так и в построении надежного показателя потенциальных потерь портфеля с учетом ликвидности рынка.

2.5.3 Модель Р. Альмгрена и Н. Крисса

В работе Р. Альмгрена и Н. Крисса [20] представлена подробно специфицированная модель для оптимизации издержек, связанных с исполнением сделок.

Пусть инвестор имеет блок из X единиц актива, который он желает полностью ликвидировать до окончания момента времени T . Авторы делят период T на N интервалов длиной $\tau = T/N$ каждый и определяют дискретные величины $t_k = k\tau$ для $k = 0, \dots, N$. В данной модели

⁵⁵ Понятие «*implementation shortfall*» введено в обращение А. Перольдом [120].

торговая траектория (*trading trajectory*) определяется как ряд x_0, \dots, x_N , где x_k – число единиц актива, которые инвестор планирует держать в момент времени t_k . Начальная позиция равна $x_0 = X$, и условие ликвидации в момент времени T требует $x_N = 0$. Любой стратегии можно также поставить в соответствие ряд торговли n_0, \dots, n_N (n_k определяется на основе информации, доступной в момент времени t_{k-1}).

Работа рассматривает случай ликвидации длинной позиции путем продажи X единиц актива. Случай покупки при закрытии короткой позиции, по утверждению авторов, требует схожего анализа.

Торговая стратегия определяется как правило для определения n_k на основе информации, доступной в момент времени t_{k-1} . Есть два основных типа стратегий: статические стратегии определяются в преддверие торговли; в динамических стратегиях, наоборот, каждый n_k зависит от всей доступной до этого момента информации, включая на момент времени t_{k-1} .

Пусть начальная цена актива равна S_0 . Следовательно, начальная рыночная стоимость позиции инвестора равна XS_0 . Цена актива изменяется согласно двум экзогенным факторам (под действием случайных сил, независимых от совершаемых инвестором сделок) - волатильности и сноса - и одного эндогенного фактора, вызванного торговлей с участием инвестора, - влияния на цену. Р. Альмгрен и Н. Крисс [20] подразделяют оказываемое на равновесную цену влияние на временное и постоянное. Постоянное влияние имеет действие, по меньшей мере, в течение ликвидации всей позиции. В модели допускается, что цена актива изменяется согласно дискретному процессу арифметического случайного блуждания.

Треjder получает цену исполнения за продажу n_k единиц, которая рассчитывается корректировкой S_k на временное влияние на цену, моделируемое функцией $h(v)$ от среднего уровня торговли. Таким об-

разом, полученная цена единицы актива, проданного в момент времени k , есть: $\tilde{S}_k = S_{k-1} - h\left(\frac{n_k}{\tau}\right)$

Общие издержки от исполнения заявки – разность между XS_0 (начальным значением позиции, выраженной рыночной стоимостью) и $\sum_{k=0}^N n_k \tilde{S}_k$ (выручка от завершения всех торгов, т.е. произведение суммы проданных единиц актива n_k в каждом из интервалов времени и эффективной цены \tilde{S}_k за каждую такую продажу). Таким образом, это стандартная мера фактических (*ex-post*) транзакционных издержек, используемая в оценке деятельности, которую А. Перольд [120] назвал дефицитом исполнения (*implementation shortfall*).

В этой модели дефицит исполнения является случайной величиной. Поэтому для анализа используются математическое ожидание и дисперсия данной величины:

$$E(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k g\left(\frac{n_k}{\tau}\right) + \sum_{k=1}^N n_k h\left(\frac{n_k}{\tau}\right) \quad (16)$$

$$V(x) = \sigma^2 \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 = \sigma^2 T \sum_{k=1}^N \frac{\tau}{T} x_k^2 \quad (17)$$

Дисперсия дефицита исполнения зависит только от экзогенной волатильности. Функции, выражающие влияние на цену, признаются детерминированными. Стоит отметить, что $V(x)$ рассчитывается как потенциальные потери вследствие шока, равного волатильности на временном горизонте T , при наличии позиции, размер которой есть средневзвешенная по времени квадратов объемов позиции, поддерживаемой между t_0 и t_N . Р. Альмгрен и Н. Крисс [20] также показали в своей работе, что для каждого значения неприятия к риску существует однозначно определенная оптимальная стратегия исполнения.

При наличии торговой стратегии $x=(x_1, \dots, x_N)$ можно определить VaR_p как уровень транзакционных издержек, порождаемых стратегией X , который не будет превышен с вероятностью, большей чем p .

При условии арифметического броуновского движения общие издержки нормально распределены с известным математическим ожиданием и дисперсией. Следовательно, VaR для стратегии x определяется формулой:

$$VaR_p(x) = \lambda_v \sqrt{V(x)} + E(x) \quad (18)$$

Таким образом, с вероятностью p торговая стратегия не приведет к потерям, большим чем $VaR_p(x)$ от рыночной стоимости торговли. Стратегия x является эффективной, если она имеет наименьшее возможное значение $VaR_p(x)$ для заданной вероятности p . При этом λ_v означает количество стандартных отклонений от среднего значения $E(x)$.

Авторы отмечают, что $VaR_p(x)$ - сложная нелинейная функция от всех x_j , составляющих x . Другими словами, можно легко оценить ее для любой заданной траектории, но прямое нахождение минимизирующей траектории представляет трудную задачу, для решения которой нужно оценивать функции полезности и т.д. Несмотря на все эти трудности, авторы предлагают использовать наименьшее возможное значение $VaR_p(x)$ как информативную меру потенциальных потерь портфеля относительно начального значения с учетом ликвидности рынка. Это значение, названное в работе «VaR с учетом ликвидности» (*Liquidity-adjusted VaR*), зависит от времени для ликвидации и от выбранного уровня вероятности, а также от рыночных параметров, таких как коэффициент влияния на цену.

Р. Альмгрен и Н. Крисс [20] получили такие результаты, используя статические процедуры оптимизации, которые ведут к опти-

мальным торговым траекториям, определяемым в преддверие непосредственной торговли. Они рассматривают статично оптимальные стратегии как эталон (*benchmark*) для сравнения с динамическими стратегиями, использующими поступающую в течение ликвидации позиции информацию.

Таким образом, Р. Альмгрен и Н. Крисс [20] провели очень тщательный и впечатляющий анализ. Их подход включает процедуру оценивания LVaR при условии заданной функции влияния на цену со стабильными параметрами. Неприятности, возникающие вследствие неожиданных событий, воздействующих на влияние на цену, обсуждаются, но не встраиваются в модель. Изыскания касательно стратегий рационального исполнения имеют больший практический интерес, чем предлагаемое в модели управление риском ликвидности.

Я. Хисата и Я. Ямаи [79] развили теорию Р. Альмгрена и Н. Крисса в нескольких направлениях, сравнив процессы в дискретном и непрерывном времени и включив в анализ период рациональной ликвидации в качестве эндогенной переменной.

2.5.4 Модель Р. Джерроу и А. Субраманиана

Другой подход к рациональной ликвидации портфеля и риску рыночной ликвидности представлен в модели Р. Джерроу и А. Субраманиана [87]. Данная модель задумывалась авторами для решения двух задач:

- определить формулу расчета ожидаемой ликвидационной цены, чтобы использовать ее для замены текущей цены при приведении к рыночной стоимости портфеля;
- определить формулу VaR с учетом ликвидности (LVaR).

В рамках модели предполагается, что трейдеры максимизируют ожидаемую ликвидационную стоимость портфеля, состоящего из S

единиц рискового актива, за срок, равный T , при заданном постоянном эффекте влияния на цену. Последний моделируется как случайная функция от двух аргументов: *дисконта за количество* (*quantity discount*) и *случайного лага исполнения* (*execution lag*). Дисконт за количество, в свою очередь, является функцией от текущей рыночной цены. Оба аргумента зависят от объема совершаемой сделки. Модель определяет рациональную стратегию ликвидации, которая отражает желаемое распределение ликвидационной стоимости во времени.

Основной вывод данной модели заключается в том, что при наличии экономии на масштабе при торговле активом⁵⁶ закрытие всей позиции одной заявкой (блоком) всегда является оптимальной стратегией. Исходя из этого умозаключения, авторы выводят стохастическую ликвидационную цену, на основании которой можно посчитать как ожидаемую ликвидационную цену, так и LVaR.

Р. Джерроу и А. Субраманиан [87] предлагают следующую структуру рынка. Они называют рисковый актив в своей модели акцией. Для простоты авторами допускается риск-нейтральность трейдеров. Однако модель может быть модифицирована без потери общности для случая несклонных к риску трейдеров.

Рыночная цена акции определяется как последняя за день торгуемая цена за один полный лот (при покупке или продаже). Пусть $p(t)$ означает рыночную цену акции в момент времени t . Авторы допускают, что между сделками, т.е. когда трейдер отсутствует на рынке, $p(t)$ следует геометрическому броуновскому движению, т.е.:

$$dp(t) = p(t)[\alpha dt + \sigma dW(t)], \quad (19)$$

где α – ожидаемая доходность акции, σ – стандартное отклонение доходности (в данной модели является постоянной величиной, которая

⁵⁶ Джерроу и Субраманиан [87] характеризуют экономию на масштабе ситуацией, когда разделение объема актива на две немедленно исполняемые последовательные заявки всегда дороже, чем исполнение заявки на весь размер позиции того же самого объема.

относится к моменту сделки) и $W(t)$ – стандартное броуновское движение. Когда трейдер продает $s \leq S$ акций в момент времени t при данной рыночной цене $p(t)$, цена в расчете на одну акцию, которую он получает, выглядит так:

$$c(s)p(t), \quad (20)$$

где $c(s)$ представляет коэффициент дисконта за количество, на который наложены следующие ограничения: $c(s)$ – неубывающая по s функция, имеющая значения из интервала между 0 и 1. Дисконт за количество допускается авторами случайной величиной без специфицированного распределения и (для простоты) независимой от процесса рыночной цены $p(t)$. Данная величина признается случайной, потому что ее размер может быть неизвестным до совершения сделки.

Воздействие, оказываемое сделками на рыночную цену, является кумулятивным, т.е. перманентным в терминологии Р. Альмгрена и Н. Крисса [20]. После исполнения сделки новая рыночная цена начинает колебаться от значения, определенного количественным дисконтом, т.е. $p(t^+) = c(s)p(t)$, где t^+ означает момент времени, следующий за t .

Кроме того, при условии, что заявка трейдера на продажу размещена в момент времени t , авторы допускают, что она исполняется в момент времени $t+\Delta(s)$, где $\Delta(s) \geq 0$ – лаг исполнения (*execution lag*), который также по построению модели считается неубывающей функцией от s . Другими словами, чем крупнее сделка, тем большее время требуется для ее исполнения. Лаг исполнения – случайная величина (он может быть неизвестен до совершения сделки), независимая от процесса рыночной цены $p(t)$ и дисконта за количество $c(s)$.

Поступления от ликвидации вкладываются на денежном рынке под доходность r .

Для отражения факта, что ликвидация имеет стоимость, накладывается следующее ограничение:

$$c(s)\exp[(\alpha-r)\Delta(s)] \leq I \text{ для всех } s \quad (21)$$

Следовательно, влияние дисконта за количество больше, чем влияние, оказываемое ожидаемым значением цены акции до исполнения, дисконтированным на настоящий момент времени.

Как уже отмечалось, трейдер хочет ликвидировать S акций за время от $t=0$ до T . По своему усмотрению он может продать акции одним блоком или небольшими частями, но за более длительный период.

Формально, трейдер продает акции, руководствуясь торговой стратегией, определенной как ряд дат (t_1, t_2, \dots, t_n) и соответствующий ему ряд проданных акций (s_1, s_2, \dots, s_n) , таких что $s_1+s_2+\dots+s_n=S$. Последняя из возможных заявок может быть размещена в момент времени T . Если так, то она будет исполнена в момент времени $t+\Delta(s_n)$.

Проблема ликвидации для трейдера сводится к выбору торговой стратегии, максимизирующей ожидаемую стоимость дисконтированных поступлений от продаж S акций к моменту времени T :

$$\max_{(s_i, t_i)} \left[E_0 \left(\sum_{i=1}^n s_i c(s_i) p(t_i + \Delta(s_i)) \exp(-r[t_i + \Delta(s_i)]) \right) \right], \quad (22)$$

где $p(t_i + \Delta(s_i)) = p(0) \exp \left\{ \left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right] (t_i + \Delta(s_i)) + \sigma [W(t_i + \Delta(s_i)) - W(t_i)] \right\}$

Если нет риска ликвидности, проблема может быть сформулирована следующим образом:

$$\max_{(s_i, t_i)} \left[E_0 \left(\sum_{i=1}^n s_i p(t_i) \exp(-r[t_i]) \right) \right], \quad (23)$$

где $p(t_i) = p(0) \exp \left\{ \left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right] t_i + \sigma [W(t_i) - W(0)] \right\}$

Решая задачу нахождения рациональной стратегии ликвидации, можно получить $u^*(p, S)$, максимальные дисконтированные поступления от продажи S акций, когда текущая рыночная цена равна p и нет риска ликвидности. При допущении о риск-нейтральности рациональная стратегия зависит непосредственно от превышения ожидаемой доходности акции над процентной ставкой: если $\alpha > r$, то оптимальный вариант – ждать до момента времени T , чтобы ликвидировать S акций продажей одним блоком с целью получения положительного прироста доходности. Когда $\alpha < r$, то немедленная продажа блоком всех S акций дает лучшее ожидаемое значение. В обоих случаях рациональная стратегия заключается в совершении одной единственной сделки, и, следовательно, не наблюдается никаких выгод от дробления позиции. Авторы получают следующее выражение для оптимальной ожидаемой ликвидационной стоимости:

$$u^*(p, S) = \begin{cases} Sp & \text{если } \alpha \leq r \\ Sp \exp[(\alpha - r)T] & \text{если } \alpha > r \end{cases} \quad (24)$$

Данный результат показывает, что при отсутствии риска ликвидности рыночная стоимость Sp всегда дает справедливую ликвидационную стоимость портфеля. Текущая практика приведения к рыночной стоимости допускает стоимость, равную ликвидационной без риска рыночной ликвидности, определенного при гипотезе $\alpha \leq r$.

При наличии риска рыночной ликвидности не может быть получено единственное решение для проблемы ликвидации трейдером своей позиции. Это может быть либо продажа блоком S , как при отсутствии риска ликвидности, либо медленная ликвидация различными порциями, в сумме равных S акциям.

Удивителен тот факт, что на основе данного анализа можно продемонстрировать, что компромиссный выбор между этими двумя альтернативами зависит от единственного условия, называемого экономией на масштабе от торговых условий. Ликвидационная стоимость, задаваемая ожидаемой рыночной ценой в момент времени $t+\Delta(s)$, скорректированной на величину дисконта за количество и дисконтированной к моменту времени t по ставке денежного рынка, всегда больше для продажи блоком, чем для пары идентичных по объему заявок (вторая размещается незамедлительно за исполнением первой), в сумме равных блоку. Проще говоря, экономия на масштабе для торговли приводит к тому, что издержки на совершение двух сделок больше, чем на одну.

Для этого условия Р. Джерроу и А. Субраманиан [88] демонстрируют, что нет никаких преимуществ от дробления всего объема на серию лотов. Следовательно, рациональной стратегией всегда будет продажа блока. В этом случае также могут быть легко посчитаны ожидаемые поступления от рациональной ликвидации S акций.

Решая задачу рациональной ликвидации в выражении (22), авторы определяют $u(p, S)$ – максимальные дисконтированные поступления от продажи S акций при текущей рыночной цене p и в присутствии риска ликвидности. При наличии риска ликвидности и экономии на масштабе оптимальная политика зависит от превышения ожидаемой доходности: положительное превышение над доходностью ведет к ликвидации в момент времени T , в то время как отрицательное превышение над доходностью ведет к мгновенной ликвидации. Следовательно, выражение для оптимальной ожидаемой ликвидационной стоимости может быть получено в следующей форме:

$$u^*(p, S) = \begin{cases} Spc(S) \exp[(\alpha - r)\Delta(s)] & \text{если } \alpha \leq r \\ Spc(S) \exp[(\alpha - r)(T + \Delta(S))] & \text{если } \alpha > r \end{cases} \quad (25)$$

Торговая стратегия идентична той стратегии, что не включает риск ликвидности. Однако в отличие от ситуации без риска ликвидности, максимальные поступления, полученные от ликвидации, отличаются из-за дисконта за количество и лага исполнения. По условию дисконтированные ожидаемые поступления от ликвидации при наличии риска ликвидности всегда меньше.

Имея в распоряжении такое решение, можно проанализировать, является ли полученная оптимальная ликвидационная стоимость приемлемой мерой для приведения портфеля к рыночной стоимости. Эта мера подходит для случая, когда доходность акции меньше, чем ставка дисконтирования, но является неприемлемой в случае превышения данной ставки. В последнем случае у трейдера появляется стимул для выявления активов с положительной доходностью при продаже. Ликвидация таких активов будет им откладываться, чтобы отразить на балансе немедленное повышение стоимости во время процедуры приведения к рыночной стоимости.

Эlegantная процедура оценивания, предложенная в работе, решает эту проблему путем обобщения рыночного подхода, используемого в случае без риска ликвидности. Идея заключается в определении гипотетической начальной цены на рынке без риска ликвидности, которая обеспечила бы те же поступления, что и решение с риском ликвидности. Так как без риска ликвидности начальная рыночная цена является справедливой оценкой ликвидационной стоимости, то можно рассматривать эту цену при совершенной ликвидности как справедливую ожидаемую стоимость.

Р. Джерроу и А. Субраманиан [87] определяют ликвидационную стоимость акции как начальную рыночную цену p^* , такую что трей-

дер, не сталкивающийся с риском ликвидности, получит те же ожидаемые поступления, что и трейдер, сталкивающийся с риском ликвидности и текущей рыночной ценой p . Таким образом, ликвидационная стоимость равна p^* , такой что:

$$u^*(p^*, S) = u(p, S), \quad (26)$$

что при наличии экономии на масштабе в условиях торговли может быть введено в:

$$\begin{cases} Sp^* = Spc(S) \exp[(\alpha - r)\Delta(s)] \text{ если } \alpha \leq r \\ Sp^* c(S) \exp[(\alpha - r)T] = Spc(S) \exp[(\alpha - r)(T + \Delta(s))] \text{ если } \alpha > r \end{cases} \quad (27)$$

Решая данную систему уравнений для цены ликвидации p^* , можно получить одно и то же выражение в обоих случаях ($\alpha \leq r$ и $\alpha > r$), т.е.

$$p^* = pc(s) \exp[(\alpha - r)\Delta(S)] \quad (28)$$

Следовательно, ликвидационная стоимость портфеля может быть получена приведением к рыночной цене с использованием цены p^* , а не p , т.е. ликвидационная стоимость портфеля равна p^*S . Из (21) явно следует, что p^* меньше, чем p , т.е. ликвидационная цена ниже рыночной цены. Разность между p и p^* учитывает издержки ликвидации, приведенные к рыночной стоимости.

Когда нет экономии на масштабе в условиях торговли, (28) не является больше справедливой оценкой ожидаемой ликвидационной цены от оптимального исполнения. Это связано с тем, что продажа блоком в начальный или конечный момент времени не будет больше рациональной стратегией. Следовательно, можно избежать неблагоприятного влияния на цену, разделяя позицию на несколько порций. Тем не менее, p^* можно все-таки использовать для консервативной оценки ликвидационной стоимости портфеля. В этом случае ликвидационная стоимость от стратегии отдельных торгов будет, по крайней

мере, равна такой же величине, что и стоимость, полученная от продажи блоком в (28).

Теперь можно перейти к измерению риска ликвидности для расчета VaR. Для сравнения сначала следует рассчитать стандартный VaR для портфеля трейдера. Пусть δ – горизонт, за который рассматривается изменение стоимости портфеля. Стоит отметить, что горизонт и количество проданных акций – независимые величины. Устанавливая доверительный интервал величиной в два стандартных отклонения, можно легко рассчитать стандартный VaR как следующую величину:

$$VaR = pS \left[E[\ln(p(\delta)/p)] - 2std[\ln(p(\delta)/p)] \right], \quad (29)$$

где $p = p(0)$ и $std[.]$ представляет стандартное отклонение. При заданном в (19) ценовом процессе простой расчет дает:

$$VaR = pS \left[\left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right] \delta - 2\sigma\sqrt{\delta} \right] \quad (30)$$

Это выражение представляет потери в денежном эквиваленте портфеля из-за движения цены на 2 величины стандартного отклонения ниже среднего.

Используя консервативную оценку ликвидационной стоимости, заданную выражением (28) [которое представляет собой стохастическую функцию от трех независимых стохастических переменных p , $c(S)$ и $\Delta(S)$], можно рассчитать VaR с учетом ликвидности рынка (LVaR) в следующем виде:

$$LVaR = pS \left[E[\ln(p(\Delta(S))c(S)/p)] - 2std[\ln(p(\Delta(S))c(S)/p)] \right] \quad (31)$$

Используя выражение (22), авторы нетривиальным способом получают следующий результат:

$$LVaR = pS \left[\left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right] E[\Delta(S)] + E(\ln c(S)) - \right.$$

$$-2 \left[\sigma \sqrt{E[\Delta(S)]} + \left| \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right| std[\Delta(S)] + std[\ln c(S)] \right] \quad (32)$$

Потери в денежном выражении стоимости портфеля, включающего риск ликвидности, больше, чем подразумеваются стандартным VaR. Расчет LVaR отличается от стандартного расчета по трем направлениям:

- Во-первых, ликвидационный горизонт δ замещается ожидаемым лагом исполнения в продаже S акций, $E[\Delta(S)]$. Он может отличаться из-за объема акций в портфеле;
- Во-вторых, начальный дисконт по проданным акциям должен быть включен. Речь идет о выражении $E[\ln c(S)]$. Он отрицателен из-за $c(S) \leq 1$.
- В-третьих, волатильность изменений в стоимости должна быть увеличена, чтобы включить волатильность времени исполнения, $\left| \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right| std[\Delta(S)]$, также как и волатильность дисконта за количество, $std[\ln c(S)]$.

Описанная в данной работе величина LVaR рассчитывается достаточно простым образом только в теории. Ее расчет требует оценки среднего и стандартного отклонения движения рыночной цены (α, σ) , оценки среднего и стандартного отклонения дисконта за количество $(E[\ln c(S)], std[\ln c(S)])$ и оценки среднего и стандартного отклонения времени исполнения для блока из S акций $(E[\Delta(S)], std[\Delta(S)])$. В принципе они должны быть легко оцениваемы, чтобы иметь применение на практике.

Так дело обстоит только в случае среднего и стандартного отклонения рыночной цены, значения которых получаются стандартными статистическими техниками. Расчет остающихся параметров более

проблематичен. Для того чтобы вывести параметры распределений $c(S)$ и $\Delta(S)$, финансовым институтам нужно собирать данные о временных рядах торгуемых акций, получаемых цен и статистику времени исполнения заявок разного объема.

Модель Р. Джерроу и А. Субраманиана [87] представляет собой увлекательную попытку применения риск-нейтрального подхода к управлению риском ликвидности. Ликвидационная стоимость зависит только от размера позиции S и «объективных» рыночных переменных, т.е. ожидаемого лага исполнения $\Delta(S)$ и количественного дисконта $c(S)$. Субъективные параметры политики или ограничения, такие как верхний предел времени ликвидации T не являются релевантными. В этой модели концепция динамической оптимизации обеспечивает только процедуру для получения компактной оценки ликвидационной стоимости и LVaR. Модель структурирована для того, чтобы сделать такие меры полностью независимыми от произвольных (получаемых в результате дробления) стратегий исполнения.

2.6 Сравнение моделей риска рыночной ликвидности

К сожалению, каждый из рассмотренных подходов не отличается отражением всех четырех атрибутов ликвидности, рассмотренных в главе 1. Тем не менее, с данной точки зрения наиболее полным и, как следствие, самым эффективным является расчет дисконта за ликвидность, изложенный в работах Р. Джерроу и А. Субраманиана [87, 88]. Однако применение такого способа учета риска рыночной ликвидности на практике остается до сегодняшнего дня фактически неразрешимой задачей, что вызвано особой требовательностью модели к исходным данным. Если анализировать подходы, основанные на учете транзакционных издержек и рациональной стратегии ликвидации, то они, также обладая концептуальной привлекательностью, не рассмат-

ривают совместно бид-аск спрэд и эндогенную стратегию ликвидации. Подходы, основанные на учете экзогенного бид-аск спрэда, не охватывают эндогенную ликвидность. Метод учета риска ликвидности через анализ ценовой эластичности, предложенный Дж. Берковицем [34], также анализирует только эндогенную ликвидность, пренебрегая другими измерениями ликвидности.

Огромным преимуществом модели Бангия – Диеболда – Шуерманна – Страугхайера [31] является ее относительная простота для применения как на уровне актива, так и на портфельном уровне при условии доступности надежных данных по котировкам цен покупки и продажи. В отличие от модели Альмгрена – Крисса [20], в модели Джерроу – Субраманиана [88] время ликвидации не является эндогенной (оптимизируемой) переменной. Таким образом, модель не рассчитывает ни оптимальное время для ликвидации, ни оптимальную последовательность торгов. Формат получаемых в конечном результате формул напоминает подход Бангия – Диеболда – Шуерманна – Страугхайера [31], основанный на расчете квантиля рыночного спрэда. В модели Джерроу – Субраманиана [88] издержки ликвидации требуют оценки функции постоянного эффекта влияния на цену (дисконта за количество) и лага исполнения, в то время как в модели Бангия – Диеболда – Шуерманна – Страугхайера [31] допускается, что котируемые спрэды включают такую информацию и, следовательно, размер позиции не важен.

Применение модели Джерроу – Субраманиана [88] сталкивается с потрясающими задачами. Прежде всего, необходимо моделирование распределений лага исполнения и дисконта за количество. Так как, в силу различных причин, требуемые моделью данные пока еще не накоплены, придется найти способ использовать данные, по которым имеется статистика, для отражения параметров модели.

Тем не менее, в предположениях и непосредственном анализе авторы предлагают альтернативный, более практический, подход, который исходит напрямую из оценки волатильности цены ликвидации, устраняя трехфакторный процесс. Таким образом, элегантная по построению, как может справедливо показаться, данная модель не предлагает жизнеспособного подхода к управлению риском ликвидности.

Что касается релевантности модели Альмгрена – Крисса [20], можно отметить, что методика определения рациональных стратегий исполнения имеет больший практический интерес, нежели выводы модели о риске ликвидности и его управлении.

Если Д. Бертсимас и Э. Ло минимизируют только ожидаемые издержки влияния на цену при торговле, то Р. Альмгрен и Н. Крисс формулируют оптимизационную задачу для нахождения компромиссного выбора (*trade-off*) между ожидаемыми издержками влияния на цену при относительно быстрой ликвидации портфеля и риском, связанным с неблагоприятным движением цены при более медленной ликвидации портфеля.

Таким образом, риск ликвидности является до сих пор малоизученной проблемой, если судить об этом по рассмотренной литературе. В принципе, можно допустить, что определенные финансовые институты располагают методикой учета ликвидности в оценке потенциальных потерь портфеля, но не обнародовали ее вплоть до настоящего времени, чтобы, таким образом, иметь конкурентное преимущество⁵⁷.

На практике требования по наличию данных для расчета LVaR, охватывающего все виды издержек при ликвидации позиции (особенно значительного объема), впечатляют. Так, исследования ликвидно-

⁵⁷ Мне представляется такая ситуация вполне возможной, если учесть интерес, который возник к управлению риском ликвидности после краха LTCM. Однако трудно представить, что за столь короткий срок, прошедший после этого знаменательного события (1999 год), можно накопить данные, которые до того момента никому не приходило в голову собирать.

сти, учитывающие глубину рынка, требуют обработки колоссальных объемов исторических данных. Для анализа необходимы временные срезы рынка с максимально возможной глубиной (например, на РТС в интерактивном режиме можно наблюдать всего пять лучших выставленных заявок на покупку и пять лучших выставленных заявок на продажу). Такая информация, несомненно, представляет огромную ценность для учета ликвидности в различных практических процедурах управления финансовыми рисками. Однако для ее сбора нужно вести фактически непрерывный мониторинг рынка, что является само по себе трудновыполнимой задачей, решение которой под силу только или организаторам торгов, или основным участникам.

К сожалению, такая информация стала накапливаться только в последние несколько лет, что вызвано потребностями в колоссальной вычислительной мощности и в надлежащих устройствах хранения данных. Однако, эти необходимые для анализа ликвидности данные, как правило, отсутствуют в публичных отчетах о состоянии рынка. На данный момент доступны лишь данные маркет-мейкеров о заключаемых сделках по выставляемым ими котировкам. Очевидно, что значительная часть сделок осуществляется без участия маркет-мейкера по ценам внутри рыночного спреда между заинтересованными сторонами.

Более того, на практике оказывается, что большие объемы реализуются путем совершения договорных сделок с непосредственными переговорами между сторонами, что означает, как правило, конфиденциальность. Информация о таких сделках весьма ограничена. К примеру, практически никогда не известен период времени, в течение которого прилагались усилия по реализации (или приобретению) актива, следовательно, оценивать ликвидность как возможность *быстро и без потери в цене* совершить сделку практически невозможно. Следовательно, методами, описанными в главе 2, можно анализировать

ликвидность только организованного биржевого рынка. Однако даже такая постановка задачи сталкивается с огромными трудностями при практическом исполнении.

Таким образом, риск рыночной ликвидности до сих пор не моделируется так тщательно, как рыночный, кредитный или операционный риск.

Для более полного отражения ликвидности необходимы исследования, учитывающие глубину рынка (чтобы можно было дать количественную оценку влияния на цену). Для моделирования глубины рынка требуется обработка колоссальных объемов исторических данных. Для ее сбора придется вести фактически непрерывный мониторинг рынка, что является само по себе трудновыполнимой задачей, решение которой под силу только на организованном рынке при условии доступа к торговым терминалам. Вполне возможно, что анализ риска рыночной ликвидности редко производится финансовыми институтами по причине отсутствия необходимых для анализа данных.

Тем не менее, ряд вопросов определения параметров глубины рынка с целью последующего перехода к выводу функции влияния на цену может быть разрешен с помощью микроструктурных моделей рынка. Однако прежде требуется эмпирическая проверка таких моделей для конкретного рынка с его специфическими правилами торговли. Вследствие отсутствия аппроксимации функции, выражающей влияние на цену, модели определения рациональной стратегии ликвидации актива, рассмотренные в работе, испытывают трудности в построении надежного показателя потенциальных потерь портфеля с учетом ликвидности рынка.

На мой взгляд, единственно верный на данном этапе выход в сложившейся ситуации заключается в использовании субъективных оценок на основе различных стратегий ликвидации.

Однако таких стратегий может быть невероятное количество, если не наложить ограничения на какие-либо из следующих параметров: время ликвидации портфеля, характер и функция влияния на цену, волатильность рыночного спреда, лаги в исполнении, характер ликвидации и т.д. В принципе, все многообразие таких стратегий заключено между двумя крайними случаями: мгновенной ликвидацией и постепенной ликвидацией одинаковыми порциями. Как было продемонстрировано в работе, сравнивать стратегии лучше всего на основе VaR с учетом ликвидности рынка (*LVaR*), требующего оценку функции, выражающей влияние на цену (пусть и экзогенную).

Такие нововведения неизбежно приведут к тому, что под стоимостью портфеля будут понимать его ликвидационную стоимость, учитывающую как можно больше из изложенных в работе аспектов ликвидности: «сжатость», глубину, релаксацию и немедленность рынка. Данная стоимость может впоследствии заменить рыночную стоимость в различных методах управления рисками портфеля, так как лучше отражает потенциальные потери при немедленном закрытии позиции.

На мой взгляд, на основе показателя *LVaR* можно создать упорядоченную систему взглядов, позволяющую оценивать различные стратегии ликвидации позиции (как предлагали Р. Альмгрен и Н. Крисс [20] для упрощения выбора рациональной стратегии). С другой стороны, данную систему можно использовать для нахождения оптимального значения ликвидационной стоимости, которое будет служить заменой рыночной стоимости (как предлагали Р. Джерроу и А. Субраманиан [88] в процедурах приведения к рыночной стоимости (*marking-to-market*)). Последнее предложение имеет основание, так как рыночная стоимость, будучи, несомненно, лучше балансовой стоимости в плане выявления возможных при немедленной ликвидации

убытков, также не может быть получена трейдером при закрытии позиции. Другими словами, LVaR лучше использовать для сравнения стратегий и поиска наилучшей из них. Выбор на основании такого критерия намного проще в математическом отношении, чем поиск рациональной стратегии исполнения, зависящей от различных факторов (времени исполнения, объема заявки, вида функции влияния на цену и т.д.). Однако в этом случае также невозможно обойтись без исторических данных о глубине рынка.

Глава 3. Инженерный подход к определению рациональной стратегии ликвидации портфеля с учетом информации о глубине и релаксации рынка

3.1 Общие вопросы построения подхода к определению рациональной стратегии ликвидации портфеля

В условиях низкой ликвидности, характерной для российского фондового рынка, особое значение для управления портфелем приобретает оценка транзакционных издержек. Реструктуризация портфеля, приводящая «на бумаге» к лучшему профилю «риск-доходность», при реализации на практике может не только не оправдать надежд в полной мере, но, возможно, и привести к убыткам. Данная проблема особенно актуальна для институциональных инвесторов, торгующих значительными (по отношению к типичному дневному объему) объемами, которые могут повлечь за собой огромные издержки влияния на цену.

Таким образом, при анализе ликвидации портфеля управляющему портфелем необходимо иметь в своем распоряжении систему поддержки принятия решений, позволяющую отобрать из набора возможных стратегий ликвидации портфеля рациональную путем оценки возникающих при их исполнении транзакционных издержек. При этом в основе работы данной системы должна лежать модель риска рыночной ликвидности, опирающаяся на один из научно-теоретических подходов к измерению такого рода риска, рассмотренных в главе 2.

3.1.1 Выбор модели риска рыночной ликвидности

Выбор модели риска рыночной ликвидности в данном случае зависит от доступности данных (*data availability*) и от относительной ликвидности актива, определяемой, как было показано выше, общей

ликвидностью актива и типичным объемом позиции, открываемой по нему.

Применительно к рынку, движимому заявками, можно выделить следующие типы информации о ходе торгов ценными бумагами (в возрастающем порядке с точки зрения полноты и детализации):

- информация о совершенных сделках, содержащая время заключения (с определенной точностью⁵⁸), цену и объем;
- информация о лучших ценах спроса и предложения на тот или иной момент времени (с определенной точностью);
- информация о лучших ценах спроса и предложения, а также подкрепленные ими объемы на тот или иной момент времени (с определенной точностью);
- информация о лучших ценах спроса и предложения на тот или иной момент времени (с определенной точностью), подкрепленная суммарным объемом соответствующих заявок;
- информация о всех выставленных заявках на покупку и продажу на тот или иной момент времени (с определенной точностью), содержащая цену и объем (для краткости далее будем называть эту категорию информацией о книге лимитированных заявок);
- информация о книге лимитированных заявок с указанием идентификационных данных агентов, выставивших заявки (как правило, доступна только организаторам торгов и не может быть передана участникам рынка в соответствии с правилами торгов о конфиденциальности торговых операций).

⁵⁸ Здесь и далее под точностью применительно к моменту времени подразумевается точность фиксации времени (например, до секунды или миллисекунды).

Наличие доступа к той или иной информации о ходе торгов ограничивает число моделей измерения риска рыночной ликвидности, которые могут быть использованы в процессе принятия решений. Информация определенного вида может не накапливаться организатором торгов, в связи с чем ряд моделей на данном этапе сразу может быть выведен из дальнейшего рассмотрения.

Что касается необходимости применения той или иной модели, то она определяется относительной ликвидностью общей позиции по каждому из активов, входящих в портфель. Речь идет о том, что если объем позиции не превышает подкрепленный за лучшей ценой спроса (предложения), то достаточным будет применение моделей экзогенного риска рыночной ликвидности (см. главу 2 настоящей работы). В обратном случае потребуется прибегнуть к моделям эндогенного риска рыночной ликвидности.

Возможна ситуация, когда доступ к более подробной и полной информации можно приобрести за дополнительную плату, взыскиваемую организатором торгов или компанией, получившей у него разрешение на осуществление такого рода деятельности.⁵⁹ В этом случае требуется провести дополнительный анализ выгод и издержек от приобретения и поддержания прав на доступ к той ли иной информации.

В настоящей работе далее представлен подход к оценке трансакционных издержек при ликвидации позиции крупного (с точки зрения относительной ликвидности) объема на рынке, движимом заявками (*order-driven market*), при наличии доступа к информации о выставленных в книге лимитированных заявок (*limit order book*) заяв-

⁵⁹ В англоязычной литературе компанию, занимающуюся такого рода деятельностью, принято называть “data vendor”, что можно перевести дословно как «продавец данных». В качестве примера можно указать Bloomberg и Reuters, осуществляющие свою деятельность в т.ч. и на территории Российской Федерации.

ках и совершенных в ходе торговой сессии сделках. Более того, предложена количественная методика, опирающаяся на представленный подход и отвечающий ряду необходимых требований для адекватного анализа ликвидации портфеля, приведенных ниже.

Следовательно, наличие информации о книге лимитированных заявок и задача ликвидации позиции крупного объема делают возможным и обоснованным использование одной из моделей эндогенного риска рыночной ликвидности.

Таким образом, перед осуществлением реструктуризации (в т.ч. ликвидации) портфеля на практике необходимо произвести предварительную (*ex-ante*) оценку неявных трансакционных издержек, которые будут понесены инвестором в процессе исполнения соответствующей стратегии.

Как было показано ранее, для получения такой оценки необходимо уметь адекватно измерять ликвидность рынка. Однако различные микроструктурные эффекты, влияющие на ликвидность, трудно (если вообще возможно) адекватно отразить в модели. В первую очередь, это касается моделирования поведения других участников рынка в ответ на какие-либо события, как подкрепленные информацией (например, изменение макроэкономических факторов), так и не имеющие под собой серьезных оснований (например, реализация крупного блока акций с целью получения продавцом наличных средств). Вызываемые такого рода событиями движения рынка, в принципе, невозможно надежно оценить, даже имея микроструктурную модель, описывающую взаимодействие различных групп участников рынка. Это связано с тем, что нужно иметь достаточно четкое представление о балансе сил между соответствующими участниками, т.е. способностью одних противостоять давлению со стороны других, преследующих противоположные цели. Даже наличие доступа к подробным данным о ходе

торгов, включая идентификационные данные участников, выставивших заявки и заключивших сделки, не позволяет точно измерить ликвидность рынка, так как не все участники рынка, желающие совершать сделки, выставляют заявки в книге лимитированных заявок.

В связи с этими соображениями было принято решение использовать инженерный подход к определению рациональной стратегии ликвидации, который заключается в построении грубой, но отражающей структуру данных модели риска рыночной ликвидности. В рамках данного подхода была поставлена задача разработать относительно простую модель, но имеющую приемлемый с точки зрения риск-менеджмента уровень точности, позволяющий адекватно реализовать на практике ликвидацию портфеля с учетом особенностей микро-структуры рынка.

3.1.2 Выбор ценового бенчмарка для оценки транзакционных издержек

Любой подход к оценке транзакционных издержек, возникающих при исполнении конкретных сделок, подразумевает использование некоего ценового бенчмарка. В теории, для измерения оказываемого сделкой влияния на цену необходимо определить, какая цена превалировала бы на рынке в случае, если искомая сделка не была бы совершена. При оценке упущенных возможностей, возникающих вследствие неисполнения желаемой сделки, требуется оценить среднюю цену, по которой сделка могла бы быть заключена, если бы она имело место на практике. Полученная в результате таких действий цена стала бы идеальным ценовым бенчмарком. Разница между ценой сделки и этой «идеальной» ценой (ценовым бенчмарком) возникала бы именно из-за сделки, что подразумевает возможность ее использо-

вания в качестве оценки неявных транзакционных издержек, возникающих при исполнении сделки на практике.

Однако очевидно, что для приложения на практике невозможно рассчитать описанный выше идеальный ценовой бенчмарк, в связи с чем приходится использовать в его качестве тот или иной заменитель. Вопрос выбора ценового бенчмарка является крайне важным для последующего построения СППР, так как точность оценок транзакционных издержек напрямую зависит от применяемого показателя.

В качестве заменителей идеального ценового бенчмарка можно использовать следующие показатели:

- средневзвешенная по объему цена⁶⁰ (*value-weighted average price, VWAP*);
- цена открытия, рассчитываемая биржей;
- цена закрытия, рассчитываемая биржей;
- среднее арифметическое из дневных цен открытия (*open*), закрытия (*close*), максимума (*high*) и минимума (*low*);
- среднее арифметическое из лучших цен спроса и предложения (*quotation midpoint* или *bid-ask midpoint*) на определенный момент времени (далее – средняя точка).

Что касается средней точки, то в зависимости от выбора времени относительно момента заключения сделки можно говорить о целом ряде показателей, рассчитывающих разность (модуль разности) между ценой сделок и ценовым бенчмарком. Если брать цены спроса и предложения на момент принятия решения о торговле, то речь идет о дефиците исполнения (*implementation shortfall*) А. Перольда, рассчитываемом как разность между ценами сделок и средней точкой. Если

⁶⁰ Данный показатель рассчитывается по всем заключенным в течение определенного торгового дня сделкам как средневзвешенная цена, использующая в качестве весов относительный (к общему дневному объему торговли) объем сделки.

рассчитывать среднюю точку в момент исполнения сделки, то речь идет об эффективном спреде. В случае расчета средней точки в некоторый момент времени после заключения сделки, речь идет о реализованном спреде. Данные показатели также объединяет то обстоятельство, что для их расчета требуются внутридневные данные о ходе торгов, что является единственным недостатком по сравнению с показателями, рассчитываемыми на основе дневных (*daily*) показателей, обычно публикуемых организаторами торгов (биржами и пр.).

Эффективность того или иного показателя среди прочего зависит не только от требований к данным, необходимых для его расчета, но и от ряда других его свойств: точности, способности отражать умение управляющего портфелем выбирать время входа на рынок с целью совершения операций, а также возможного смещения оценки вследствие различных факторов.

Под точностью подразумевается в первую очередь влияние случайных событий, которые не могут быть учтены заранее, в момент принятия решения. Например, если используется цена закрытия, то она отражает события, которые происходят после заключения сделок и таким образом вносят шум в оценку транзакционных издержек. Чем больше временной интервал между моментом заключения сделки и моментом расчета бенчмарка, тем меньше точность оценки транзакционных издержек.

Выбор времени входа на рынок подразумевает навыки профессионального управляющего использовать краткосрочную предсказуемость ценовых движений, периодически возникающую на рынке, например, при совершении сделок крупного объема, как правило, неинформированными трейдерами, мотив которых (например, хеджирование ценовых рисков) явно прослеживается заранее. Данная информация может быть использована с целью снижения транзакционных из-

держек. Однако для проверки таких способностей управляющего портфелем требуется большой временной интервал между ценами и бенчмарком, что входит в противоречие с рассмотренной выше точностью оценок. Следовательно, требуется некий компромиссный выбор (*trade-off*) между указанными свойствами оценок.

С точки зрения применимости на практике, исключительно важно, чтобы оценки транзакционных издержек были несмещенными. В идеале они должны измерять только издержки исполнения торговой стратегии с учетом текущих рыночных условий. Среди потенциальных источников смещения оценки стоит акцентировать особенное внимание на релевантных для целей настоящего анализа ликвидации портфеля. Речь идет о разбиении заявки на более мелкие и возможности управляющего манипулировать тем или иным образом с целью повлиять на показатель транзакционных издержек.

При рассмотрении разбиения заявки на несколько частей возможна недооценка неявных транзакционных издержек. Если для их оценки использовать бенчмарки, рассчитываемые после заключения сделок, то очевидно, что получаемые бенчмарки будут отражать влияние на цену, оказываемое блоком. VWAP также, скорее всего, будет недооценивать издержки, так как при процедуре его расчета будут учитываться цены сделок, инициированных управляющим, торгующим блоком. Что касается эффективного спреда, то при его применении в качестве бенчмарка происходит суммирование издержек влияния на цену в каждый момент времени, но не отражается возможное ухудшение ценовых условий для управляющего от сделки к сделке.

В связи с вышеизложенным в предлагаемом далее подходе к оценке неявных транзакционных издержек в качестве ценового бенчмарка используется предложенный Перольдом [120] дефицит испол-

нения⁶¹, так как он позволяет адекватно учесть издержки влияния на цену при исполнении заявок крупного объема и избежать манипулирования (*gaming*) со стороны управляющего портфелем при оценке транзакционных издержек. Согласно Перольду [120], транзакционные издержки рассчитываются как разность между средней рыночной ценой в момент начала исполнения стратегии, рассчитываемой как среднее арифметическое из минимальной цены продажи и максимальной цены покупки, и средней ценой исполнения соответствующих заявок. Данная мера транзакционных издержек позволяет отразить как «сжатость», так и глубину рынка, причем возможна четкая декомпозиция издержек на бид-аск спрэд и издержки влияния на цену. Таким образом, при построении модели был принят на вооружение подход А. Кайла [100] к разбиению ликвидности на три отдельных компонента («сжатость», глубина и релаксация). Об учете в модели релаксации рынка будет изложено ниже. Более того, применение данного ценового бенчмарка позволяет также учесть немедленность рынка (см. главу 1) через разность между средними точками на момент принятия решения и на момент исполнения каждой отдельной части блока. В этом случае в рассмотрение вводятся в явном виде издержки немедленности (*timing costs*), которые тоже могут быть выделены в отдельную группу при декомпозиции транзакционных издержек.

Следовательно, было принято решение строить СППР на основе модели измерения риска рыночной ликвидности, использующей при оценке транзакционных издержек в качестве ценового бенчмарка дефицит исполнения, введенный Перольдом. В связи с этим было принято решение выбрать из представленных в главе 2 подход Р. Альм-

⁶¹ Данный показатель можно также встретить у Трейнора [132], который назвал его методом бумажных портфелей (*paper portfolio*).

грена и Н. Крисса [20] к формулировке оптимизационной задачи ликвидации портфеля.

Более того, ряд дополнительных соображений говорят в пользу данной методологии.

Во-первых, данный подход позволяет учесть тот факт, что инвестору требуется разбить заявку большого объема на несколько заявок меньшего объема, чтобы снизить влияние на цену. Как показано в главе 2, альтернативная методология, а именно подход Джерроу и Субраманиана [88], рекомендует ликвидировать позицию одним блоком в начале или конце указанного периода, отведенного на закрытие портфеля. Данное заключение сильно сужает спектр возможных стратегий ликвидации.

Во-вторых, методология Альмгрена и Крисса [20] описывает условия минимизации ожидаемых потерь полезности от транзакционных издержек, где потеря полезности тождественна мере, определяемой математическим ожиданием и дисперсией издержек. Как было показано в главе 2, через неприятие к риску можно оценить уровень агрессивности стратегии, т.е. компромиссный выбор между транзакционными и альтернативными издержками, реализуемый дефицитом исполнения А. Перольда [120].

Следовательно, данная методология позволяет среди прочего учесть то обстоятельство, что для определения рациональной стратегии ликвидации минимизация транзакционных издержек является необходимым, но не достаточным условием. Простое сравнение двух стратегий ликвидации по потенциальным транзакционным издержкам не даст полную картину. На самом деле, транзакционные издержки по сути являются функцией от агрессивности стратегии ликвидации. Чем более агрессивна стратегия, тем выше издержки. Агрессивность стратегии может быть измерена через скорость исполнения при учете раз-

мера позиции относительно нормального объема. Таким образом, невозможно измерять транзакционные издержки в отрыве от конкретной стратегии. Другими словами, инвесторы придают разное значение издержкам от торговли и упущенной выгоде от возможного промедления⁶².

Таким образом, было принято решение разработать собственный инженерный подход, опирающийся на методологию Р. Альмгрена и Н. Крисса, который бы позволил минимизировать транзакционные издержки при определенном уровне агрессивности стратегии ликвидации. Также в целях практического применения было решено отказаться от ряда упрощающих допущений (в т.ч. от линейного характера функции влияния на цену) с целью эмпирической оценки ряда параметров модели, необходимых для определения рациональной стратегии ликвидации, на реальных данных о ходе торгов акциями на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ).

3.2 Построение функции транзакционных издержек

Восстановление книги лимитированных заявок можно рассматривать как процесс превращения «сырых» данных в информацию, необходимую для решения поставленной в рамках настоящей работы задачи рациональной ликвидации портфеля (более подробно о создании базы данных и репликации книги заявок см. А.1 и А.2 в приложении А к настоящей работе). Как было аргументировано выше, при этом требуется оценить транзакционные издержки, прежде всего, издержки влияния на цену. Исходя из необходимости использования дефицита исполнения А. Перольда [120] в качестве ценового бенчмарка при оценке неявных транзакционных издержек (см. 3.1 на-

⁶² Данная мысль лучше всего представлена в эпиграфе к статье Перольда [120]: “Reality involves the cost of trading and the cost of not trading” (В реальности важны издержки как при самой торговле, так и вследствие решения не торговать).

стоящей работы), была введена интегральная характеристика, обобщающая аспекты «сжатости» и глубины рынка, - функция транзакционных издержек Θ_t , которая имеет следующий вид:

$$\Theta_t(n_k) = \sum_{i=1}^k (p_i - p)n_i \quad (33)$$

где n_k - уровень объема, p_i - цена исполнения i -ой заявки, n_i - объем i -ой заявки, p - рыночная цена актива. Под рыночной ценой мы будем понимать среднее арифметическое из лучших цен спроса и предложения на момент принятия решения о торговле.

Таким образом, построенная функция транзакционных издержек отражает премию за ликвидность, которую инвестор платит при совершении сделки объема n_k . Другими словами, при покупке (продаже) актива объемом n_k инвестор платит (получает) соответственно теоретическую (из допущения о совершенном рынке) стоимость и вдобавок (за вычетом) значение(я) функции транзакционных издержек для соответствующего объема n_k .

В микроструктурных моделях рынка функция влияния на цену, как правило, является линейной по объему в силу принципа отсутствия арбитражных возможностей. Если бы влияние на цену, оказываемое большим объемом, превышало влияние на цену, оказываемое в совокупности меньшими объемами, в сумме равными первому, то можно было бы заработать прибыль на этой разнице издержек влияния на цену. В итоге конкуренция между участниками рынка привела бы к исчезновению данной прибыльной возможности, что выразилось бы в линейной функции транзакционных издержек в состоянии равновесия. Однако в силу различных издержек (в терминах времени и денег), рисков и неопределенности, связанных с покупкой (продажей)

значительных объемов акций, на практике обычно наблюдается нелинейная зависимость издержек от объема⁶³.

Выше был представлен ряд работ на данную тематику (например, [20, 35, 119, 102, 79]), но принципиальное отличие настоящего подхода к определению ликвидационной стоимости портфеля в том, что было принято решение отказаться от упрощающего предположения о линейности издержек в пользу эмпирического оценивания неявных транзакционных издержек (как в [7]). Стоит отметить, что нелинейный характер функции Θ_t значительно усложняет решение оптимизационной задачи ликвидации портфеля, так как аналитическое решение при этом отсутствует⁶⁴ и, как следствие, возникает необходимость в применении численных методов.

Для удобства мы будем считать объемы на покупку “положительными”, а объемы на продажу - “отрицательными”. Тогда по построению Θ_t - случайная неотрицательная возрастающая выпуклая⁶⁵ функция, полностью характеризующая «сжатость» и глубину рынка.

При работе с построенной таким образом функцией транзакционных издержек возникают некоторые технические проблемы.

Первая проблема связана с потерей информации при оценке математического ожидания и среднего квадратического отклонения. Так как на практике невозможно выставить на покупку или продажу бесконечные объемы, то функция издержек обзревается на определенном интервале $[n_1(t), n_2(t)]$. В связи с этим корректно считать значение функции $\Theta_t(n) = \infty$, когда $n \notin [n_1(t), n_2(t)]$. Понятно, что в этом случае со

⁶³ В частности, специалистами из группы BARRA было установлено, что приблизительно влияние на цену может быть оценено как квадратный корень из объема [33].

⁶⁴ Пример аналитического решения, возникающего при допущении о линейном характере влияния на цену, можно найти в [20].

⁶⁵ Математическое доказательство выпуклости функции транзакционных издержек можно найти в [7].

временем интервал $[n_1(t), n_2(t)]$ не увеличивается:
 $n_1(t) \geq n_1(t+s), n_2(t) \leq n_2(t+s), \forall s \geq 0$.

Вторая проблема связана с хранением и универсальностью информации. Как уже было отмечено ранее, при преобразовании оригинальной информации объем хранения данных вырос в более чем 100 раз. Очевидно, что при работе с такими большими структурами данных возникают технические сложности. Элементарные операции, такие как нормализация и расчет математического ожидания и дисперсии, сопровождаются дополнительными трудностями вычислительного характера. Даже для простого нахождения значения функции транзакционных издержек в определенной точке, не входящей в набор данных, требуется интерполяция (в самом простом случае - линейная).

Для решения этих двух вопросов потребовалось подобрать теоретическую модель с малым числом параметров. Из технических соображений была выбрана полиномиальная модель с двумя параметрами и была поставлена следующая оптимизационная задача:

$$\left\{ \begin{array}{l} \|F(x, p) - y\| \rightarrow \min_p \\ F(x, p) \geq 0 \\ F'_x(x, p) \geq 0 \\ F''_{xx}(x, p) \geq 0 \\ F(x, p) \rightarrow \infty, x \rightarrow \infty \\ x \geq 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \|F(x, p) - y\| \rightarrow \min_p \\ F(x, p) \geq 0 \\ F'_x(x, p) \geq 0 \\ F''_{xx}(x, p) \geq 0 \\ F(x, p) \rightarrow \infty, x \rightarrow \infty \\ x \leq 0 \end{array} \right. \quad (34)$$

Представленная в выражении (34) оптимизационная задача является, по сути, методом наименьших квадратов, а нелинейные ограничения в данной задаче получаются из следующих требований, налагаемых на функцию издержек:

- положительность;
- возрастание при $x \geq 0$;
- убывание при $x \leq 0$;

- выпуклость.

Рассматривались все полиномы с двумя параметрами со степенью меньше 5. Качество параметризации оценивалось по суммарной ошибке отклонения. В конечном итоге наиболее удовлетворительной моделью оказалась следующая: $ax^3 + bx^2$. Данная параметризация в более чем 80% случаев дает лучшие результаты, чем следующая по степени удовлетворительности модель: $ax^3 + bx$.

Таким образом, проведенный эмпирический анализ (для обоснования динамики функции трансакционных издержек см. приложение Б) показал, что для акций ОАО «Лукойл», торгующихся на ММВБ, функция трансакционных издержек лучше всего аппроксимируется полиномом вида $ax^3 + bx^2$.

Стоит особо отметить эмпирическое наблюдение о том, что данная функция в динамике ведет себя достаточно стабильно в пределах объемов, подкрепленных десятью лучшими заявками с каждой стороны. В данном случае можно говорить о «зоне ликвидности», в которой функция трансакционных издержек имеет устойчивое поведение. Возможно, объяснением этому служит то обстоятельство, что участники рынка в своих терминалах видят лучшие 10 заявок на покупку и продажу.

3.3 Выбор рациональной стратегии ликвидации портфеля

После оценки случайной нелинейной функции издержек на реальных данных была получена возможность сформулировать задачу рациональной ликвидации портфеля. Не ограничивая общности, далее будет рассмотрена задача на продажу актива. Пусть имеется некоторый актив объемом V и пусть на его ликвидацию инвестору отведено время N (количество моментов времени, за которые необходимо закрыть все позиции).

Будем далее называть стратегией ликвидации последовательность объемов $\{v_i\}_{i=1}^N$, где $\sum_{i=1}^N v_i = V$, при этом v_i определяются по наблюдаемой информации неупреждающим образом.

Предположим, что в случае проведения операций на рынке инвестор не оказывает заметное влияние на рынок, т.е. процесс формирования цены не зависит от выбранной им стратегии ликвидации. Для того чтобы легче моделировать портфель из нескольких активов, предположим, что ликвидация одного актива не оказывает влияние на ликвидацию другого.

Сделаем также некоторые предположения о процессе изменения цен. Пусть цена актива в момент времени t имеет следующий вид:

$$x_t = x_0 + \sum_{i=1}^t \Delta x_i, t = \overline{1, N} \quad (35)$$

где Δx_i - независимые и одинаково распределенные случайные величины. Предположим, что для величин Δx_i и Θ_i существуют конечные вторые моменты. Тогда получаем, что ликвидационная стоимость актива есть случайная величина, которая может быть представлена в следующем виде:

$$W = \sum_{k=1}^N [v_k x_k - \Theta_k(v_k)] = x_0 V + \sum_{k=1}^N \sum_{i=k}^N \Delta x_k v_i - \sum_{k=1}^N \Theta_k(v_k) \quad (36)$$

Введем следующие обозначения: $E\Delta x_i = \mu$, $Var\Delta x_i = \sigma^2$.

С учетом предположений, сделанных выше, и при дополнительном упрощающем предположении, что Δx_k и $\Theta_k(v_k)$ являются независимыми случайными величинами, можно сформулировать задачу рациональной ликвидации в смысле «риск-доходность», введенном Гарри Марковицем [112], следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sum_{i=1}^N v_i = V \\
0 \leq v_i \leq V \\
EW = x_0 V + \mu \sum_{k=1}^N \sum_{i=k}^N v_i - \sum_{k=1}^N E \Theta_k(v_k) \\
VarW = \sigma^2 \sum_{k=1}^N \left(\sum_{i=k}^N v_i \right)^2 + Var \sum_{k=1}^N \Theta_k(v_k) \\
EW \rightarrow \sup_{v_1, \dots, v_N} \\
VarW \rightarrow \inf_{v_1, \dots, v_N}
\end{array} \right. \quad (37)$$

Таким образом, при определении рациональной ликвидационной стоимости мы максимизируем ожидаемую стоимость портфеля и при этом стремимся минимизировать отклонение стоимости портфеля от ожидаемой стоимости (в данном случае в качестве меры разброса значений вокруг среднего мы используем дисперсию). Более того, в связи с тем, что ликвидация портфеля, как правило, осуществляется за несколько дней, а то и в течение одного дня, отпадает необходимость в учете временной стоимости денег для приведения стоимостей будущих позиций к текущему моменту времени (времени принятия решения о ликвидации портфеля). Другими словами, нам не нужно в рамках данной задачи заниматься дисконтированием будущих потоков платежей (cash flow), генерируемых стратегией ликвидации портфеля.

Кроме того, исходя из практических соображений, при моделировании ценового процесса мы намеренно отказываемся от использования концепции временного и постоянного влияния на цену, оказываемого объемом сделки на цену, используемого в методологии Р. Альмгрена и Н. Крисса (см. 2.5.3 настоящей работы). Так как статистика о торговле крупными блоками (с помощью одной рыночной заявки) крайне скудна как на отечественных, так и на зарубежных рынках, то невозможно надежно оценить эконометрическими методами зависимость цены сделки от объема позиции. В связи с этим трудно

априори подобрать разумную параметризацию для функции влияния на цену, чтобы добавить ее в ценовой процесс. Более того, как показано выше, временное влияние на цену в нашем подходе оценивается эмпирическим образом через динамику функции транзакционных издержек. Таким образом, в предлагаемом подходе происходит оценка временного влияния на цену косвенным образом (через динамику функции издержек). Что касается постоянного влияния на цену, то мы не принимаем его в расчет, исходя из предположения о релаксации рынка⁶⁶, о чем подробнее будет изложено ниже.

С учетом того, что оптимизационная задача (37) носит достаточно общий характер и является нелинейной задачей оптимизации, а также с учетом ограничений аргумента, для ее решения был выбран метод проекции градиента. Кроме того, стоит заметить, что в исходной постановке имеется два функционала. Для решения задачи условной оптимизации можно использовать метод Лагранжа. Тогда функционал будет выглядеть следующим образом:

$$J(v) = \lambda \sqrt{\text{Var}W} - E(W) \rightarrow \inf_{v_1, \dots, v_n} \quad (38)$$

где множитель Лагранжа λ выражает несклонность данного инвестора к риску. По определению $\lambda \geq 0$. При $\lambda = 0$ инвестор является риск-нейтральным и закрывает портфель равномерными порциями с целью оказания минимального влияния на цену. В случае $\lambda = \infty$ инвестор абсолютно несклонен к риску, и единственным оптимальным для него решением будет закрытие всех позиций в первый момент времени. Далее не рассматриваются эти два вырожденных случая, поэтому будем далее считать, что $\lambda \in (0; \infty)$.

С учетом перечисленных выше практических замечаний данную задачу рациональной ликвидации можно переформулировать в терми-

⁶⁶ Речь идет о возвращении рынка в нормальное состояние после произведенного нашими действиями неинформативного шока.

нах динамического программирования с помощью уравнения Беллмана.

Введем следующие обозначения: $\sum_{i=1}^N v_i = V$, $x_t = x_{t-1} - v_{t-1}$, $x_1 = V$,

$x_{N+1} = 0$.

Таким образом, x_t обозначает остаток актива в момент времени t , который необходимо продать за оставшиеся моменты времени.

Сделаем еще одно замечание:

$$\sqrt{\text{Var}W} = \sqrt{\sum_{t=1}^N v_t^2 \sigma_t^2 + \sum_{t=1}^N \text{Var}\Theta_t(v_t)} \leq \sqrt{\sum_{t=1}^N v_t^2 \sigma_t^2} + \sqrt{\sum_{t=1}^N \text{Var}\Theta_t(v_t)} \leq \sum_{t=1}^N v_t^2 \sqrt{\sigma_t^2} + \sum_{t=1}^N \sqrt{\text{Var}\Theta_t(v_t)} \quad (39)$$

Тогда можно уже выписать задачу рациональной ликвидации в терминах динамического программирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_t(\sigma_t^2, x_t) = \min_{v_t} \left\{ \lambda \left(\sum_{t=1}^N v_t^2 \sqrt{\sigma_t^2} + \sum_{t=1}^N \sqrt{\text{Var}\Theta_t(v_t)} \right) - E\Theta_t(v_t) + V_{t+1}(\sigma_{t+1}, x_{t+1}) \right\} \\ \sigma_t^2 = \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta \varepsilon_{t-1}^2 \\ \varepsilon_t \sim N(0,1) \\ \sum_{i=1}^N v_i = V \\ x_t = x_{t-1} - v_{t-1} \\ x_1 = V \\ x_{N+1} = 0 \end{array} \right. \quad (40)$$

Для случайно выбранного момента времени торговли (внутри случайного дня) были проведены расчеты по определению рациональной стратегии ликвидации портфеля, состоящего из 10 000 акций ОАО «Лукойл» за 5, 10 и 15 шагов соответственно ($N=5,10,15$). При этом был выбран коэффициент неприятия к риску, равный единице ($\lambda=1$). Результаты расчетов приведены на Рис. 3 (по оси абсцисс отложены соответствующие шаги, начиная с первого; по оси ординат – оставшийся после ликвидации на соответствующем шаге объем).

Таким образом, можно заметить, что при определенном уровне неприятия к риску имеет место следующая зависимость: чем больше шагов в распоряжении у инвестора, тем менее агрессивный характер должна носить торговля в соответствии с предложенной моделью. При этом большая часть заявки все равно ликвидируется в первый шаг, что вызвано неприятием потенциальных потерь в будущем вследствие неблагоприятного движения цены актива.

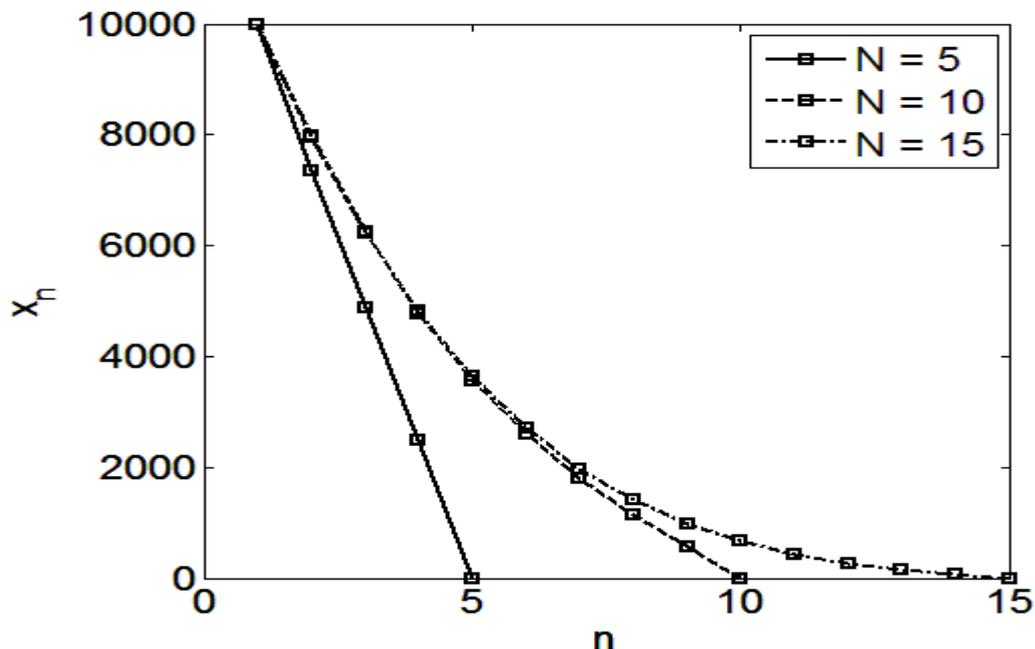


Рис. 3 – Ликвидация портфеля из 10 000 акций ОАО «Лукойл» при N=5; 10; 15 и $\lambda=1$.

Далее было зафиксировано количество шагов ($N=20$) и рассмотрены рациональные стратегии ликвидации, рассчитанные с помощью разработанной модели, для разных уровней неприятия к риску (см. Рис. 4).

Таким образом, можно сделать вывод, что чем больше уровень неприятия к риску у инвестора, тем более агрессивный характер носит ликвидация (на каждом шаге), что собственно согласуется с рассмотренными выше теоретическими предположениями. Особо стоит отметить случай при $\lambda = 0$, когда рациональная стратегия ликвидации сов-

падает с описанной в главе 2 стратегией постепенной ликвидации равными порциями (uniform liquidation).

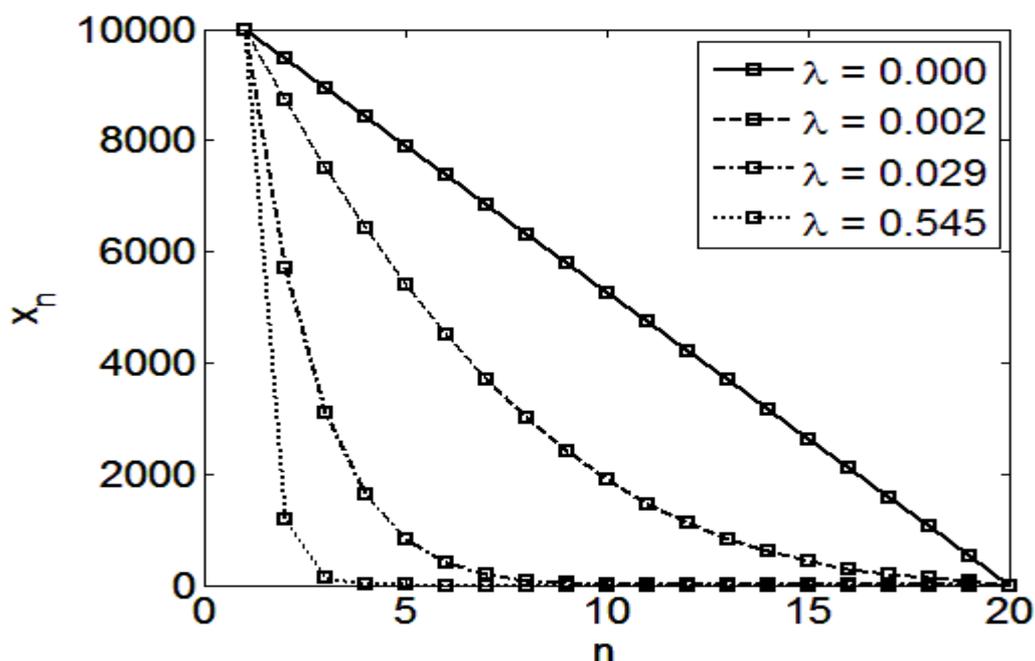
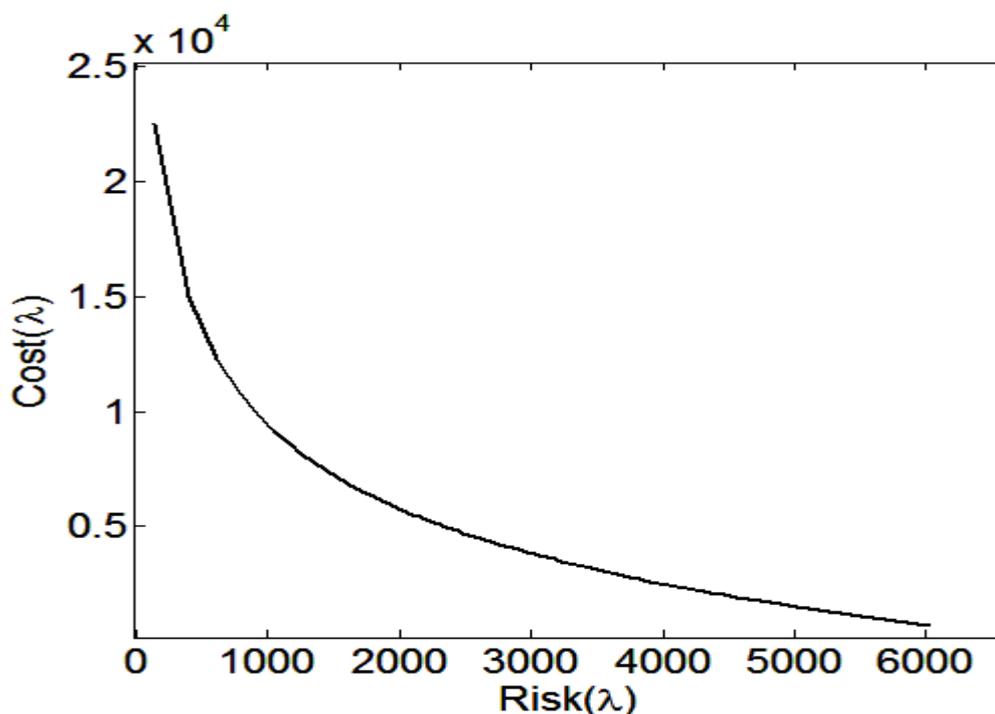


Рис. 4 – Ликвидация портфеля из 10 000 акций ОАО «Лукойл» при $N=20$ и $\lambda=0;0,002;0,0029;0,545$.

Рассчитанные для различных уровней неприятия риска, рациональные стратегии ликвидации портфеля из 10 000 акций можно представить в качестве отдельных точек в пространстве «риск-доходность». В результате получается парето-эффективная граница характеристик портфеля (см. Рис. 5). Данные стратегии доминируют все остальные доступные стратегии, лежащие выше и правее: для фиксированного уровня издержек можно найти стратегию ликвидации, приводящую к меньшему риску, а для фиксированного уровня риска – стратегию ликвидации, характеризуемую меньшими ожидаемыми издержками.

Подводя итоги, можно утверждать, что задача рациональной ликвидации решена на приемлемом с точки зрения риск-менеджмента уровне точности, позволяющем отразить структуру данных.



Примечания:

1 По оси ординат отложены ожидаемые издержки ($Cost(\lambda)$), представляющие собой разность между ликвидационной и рыночной стоимостями портфеля.

2 По оси абсцисс – риск ($Risk(\lambda)$) – среднеквадратическое отклонение издержек.

Рис. 5 – Парето-эффективная граница характеристик портфеля из 10 000 акций ОАО «Лукойл» при ликвидации в зависимости от уровня неприятия к риску при $N=20$.

Таким образом, определение рациональной ликвидационной стоимости портфеля эквивалентно по сути выбору рациональной стратегии ликвидации портфеля при фиксировании ряда параметров: например, количества временных интервалов, в течение которых должна быть закрыта позиция, и уровня несклонности к риску, отражающего предпочтение инвестора относительно агрессивности торговли. Получаемая на выходе модели ликвидации портфеля стратегия представляет собой вектор, выражающий объемы актива, которые должны быть куплены (проданы) в каждый из временных интервалов.

В любой из этих моментов времени при продаже (покупке) определенного объема актива путем выставления соответствующей рыночной заявки цена актива упадет (вырастет) после ее исполнения. При этом чем больше объем такой заявки, тем сильнее может изме-

ниться цена в неблагоприятном для нас направлении. Если продолжать выставлять рыночные заявки на продажу (покупку), то можно ускорить дальнейшее движение цены. Более того, любое движение цены в ту или иную сторону может быть усилено (получить дополнительный импульс) путем исполнения выставленных другими участниками стоп-лоссов. Однако в соответствии с теорией микроструктуры рынка, если возмущение рынка актива вызвано неинформационным шоком (не подкреплено никакой относящейся к активу – релевантной – информацией), то он должен вернуться в нормальное состояние. Данное свойство рынка является еще одним аспектом ликвидности, который А. Кайл назвал релаксацией рынка.

Таким образом, для того чтобы определить длину временных интервалов (расстояние между точками входа в рынок), нужно оценить еще один количественный показатель ликвидности - время релаксации рынка.

3.4 Оценка времени релаксации рынка

Как было отмечено ранее, релаксация рынка является самым трудным аспектом ликвидности с точки зрения измерения и возможностей мониторинга. Она характеризует возвращение рынка в «нормальное» состояние после неинформативного шока. Возникает разумный вопрос, что можно считать «нормальным» состоянием. Это исключительно сложный вопрос с точки зрения микроструктуры рынка. Более того, это сравнительно новая область для финансовой экономики, что находит отражение в том, что в существующих методах используются некоторые чисто эмпирические предположения вместо четких структурных моделей, параметры которых оцениваются различными эконометрическими способами.

3.4.1 Коэффициент «гамма»

Одна из первых (и по сути остающаяся единственной) характеристик релаксации, которая появилась в научной литературе, - это коэффициент γ («гамма»). Коэффициент γ представляет время возвращения рынка в «нормальное» досделочное состояние. Под «нормальным» положением рынка рассматривается первое значение бид-аск спреда перед последующим расширением, вызванным крупной рыночной заявкой, которая в состоянии «выбрать» объем, закрепленный за лучшей встречной заявкой, и соответственно сдвинуть цену вглубь книги лимитированных заявок.

Первый момент, вызывающий сомнение в настоящей методике, – это то, что не представлено обоснование, почему «нормальное» состояние бид-аск спреда – это его первое наблюдение до шока. Более того, здесь не учитывается тот факт, что возвращение в «нормальное» состояние может быть на новом ценовом уровне, или же быть подкрепленным минимальным объемом при возвращении к «досделочному» уровню бид-аск спреда. Например, при выставлении заявки с минимальным объемом бид-аск спред возвращается в «досделочное» состояние, но при этом имеет место разрыв (gap) в книге между двумя лучшими заявками на соответствующей стороне. Если ориентироваться только на сигнал о восстановлении величины бид-аск спреда, то в случае продолжения действий по ликвидации портфеля можно понести более значительные издержки влияния на цену.

Кроме очевидных теоретических сложностей при проведении исследований на российских данных возникла серьезная практическая проблема: в реальности не так часто бид-аск спред возвращается в «нормальное» состояние в случае низколиквидных акций. Следова-

тельно, данная методика годится только для самых ликвидных акций на рынке, так как при большом количестве выставленных заявок и активной торговле, гораздо чаще наблюдается минимальный бид-аск спрэд (см. Рис. 6).

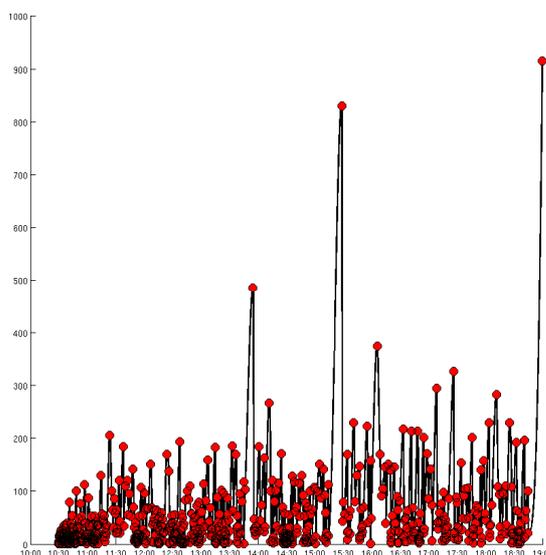


Рис. 6 – Величина бид-аск спрэда по акции ОАО «Лукойл» внутри торгового дня.

3.4.2 Подход Ларджа

Более универсальный подход для оценки релаксации был предложен Дж. Ларджем [101]. Представленная им методика основана на построении импульсных переходных функций для разных типов событий, классифицированных Б. Бийо и др. [38] (более подробно о классификаторе и его реализации на практике см. А.3 в приложении А к настоящей работе).

$$G_{rm}(t-s) = \lambda_r(t | F_s, \varepsilon_m) - \lambda_r(t | F_s) \quad (41)$$

где r – тип события после шока типа m . Поток информации на рынке обозначен как F_s . Под «нормальным» состоянием рынка рассматривается возвращение импульсной функции G_{rm} к 0. И подходящая пара-

метризация данной функции (отражающей прямой эффект релаксации), предложенная Ларджем, имеет следующий вид:

$$G_{rm}(u) = \alpha_{rm} \beta_{rm} e^{-\beta_{rm} u} \quad (42)$$

Подход хорошо теоретически обоснован и применим на практике, но он дает положительные результаты в малом количестве случаев. Автор отметил, что рынок надежно возвращается в «нормальное» состояние только в 20% случаев. Кроме того, можно документировать допустимое возвращение рынка в меньше, чем 40% случаев.

Рассмотрим более детально некоторые ключевые моменты в этом подходе. Во-первых, нужно заметить, что под «шоком» на рынке воспринимаются события первого или второго типа (т.е. «рыночный ордер на покупку, который сдвигает наилучшую цену продажи» и «рыночный ордер на продажу, который сдвигает наилучшую цену покупки» - см. А.3 в приложении А к настоящей работе). Кроме того, подход исходит из базового предположения, что рынок реагирует на «шок» и старается восстановить «дошоковое» состояние (данное обстоятельство хорошо обусловлено в выбранной модели параметризации).

Что происходит на самом деле? Ниже приведем результаты того, как себя ведет приводящая к релаксации интенсивность поступления новых лимитированных заявок на продажу (событие 4-го типа в соответствии с рассматриваемым классификатором - см. А.3 в приложении А к настоящей работе) после поступления «шоковых» заявок на покупку (события 1-го типа по классификатору - см. А.3 в приложении А к настоящей работе). Актив выбран случайным образом, результаты представляют медиану за период дней торговли, который рассматривался.

В таблице 1 указана вероятность того, что соответствующий номер значения интенсивности события, реализующего возвращение в «нормальное» состояние, после «шока» больше, чем значение той самой интенсивности до «шока».

Таблица 1 – Вероятность роста интенсивности события 4-го типа.

<i>Номер</i>	<i>Вероятность роста интенсивности события 4-го типа</i>
1	0.064158
2	0.217570
3	0.307210
4	0.353390
5	0.373970
6	0.401770
7	0.413940
8	0.425310
9	0.454500
10	0.457260

Из таблицы 1 видно, что лишь в 6,4% случаев такая интенсивность сразу реагирует на «шок», а только в 20-40% случаев рынок «правильно» реагирует на агрессивные события. Отсюда можем сделать вывод, что нужно отметить две возможности для улучшения модели: во-первых, надо усовершенствовать понимание понятия «шока», а во-вторых, нужно обратить более серьезное внимание на информативность появления «шоковых» событий (в особенности, объем заявки, вызывающей шок) и более серьезно использовать предпосылки об эффективности рынка.

3.5 Инженерный подход к оценке времени релаксации рынка

В данном разделе приведен инженерный подход к оцениванию времени релаксации на основе реальных данных. Релаксация рынка в понимаемом нами смысле – возвращение некоторого процесса к «обычному» состоянию после возникшего шока, причем не обязательно неинформационного. В этом смысле мы несколько отходим от определения А. Кайла (см. [100]), по сути оценивая некоторую условную релаксацию рынка, что связано с трудностями определения характера шоков: информационного или вызванного мотивом ликвидности (в смысле желания продать актив для получения денежных средств).

Предлагаемая методика основана на исследовании поведения некоторой величины (фазовой переменной), являющейся характеристикой ликвидности. Под фазовой переменной могут пониматься, например, средние неявные транзакционные издержки, которые могут измеряться с помощью меры ликвидности Xetra (Xetra Liquidity Measure – XLM) [74]. Далее под характеристикой ликвидности понимаются средние затраты на единицу актива при приобретении и продаже заданного объема V в один и тот же момент времени. В дальнейшем будет рассмотрен случай $V = 4000$, что соответствует «средним» значениям функции транзакционных издержек для рассматриваемого периода времени. Под «шоком» ликвидности понимается отклонение фазовой переменной (в дальнейшем $Y(t)$) от ее типичного поведения, начиная с некоторого момента времени. Время релаксации в таком случае – время, за которое фазовая переменная возвращается к «нормальному» состоянию.

На Рис. 7 представлен график $Y(t)$ для акций ОАО «Лукойл». Рассматриваемый промежуток времени – 30 минут в середине торгового дня (10.01.2006).

Интуитивно можно выделить сразу несколько участков, в которых наблюдаются резкие скачки функции (что и считается шоком), но ряде случаев этого нельзя определить явно.

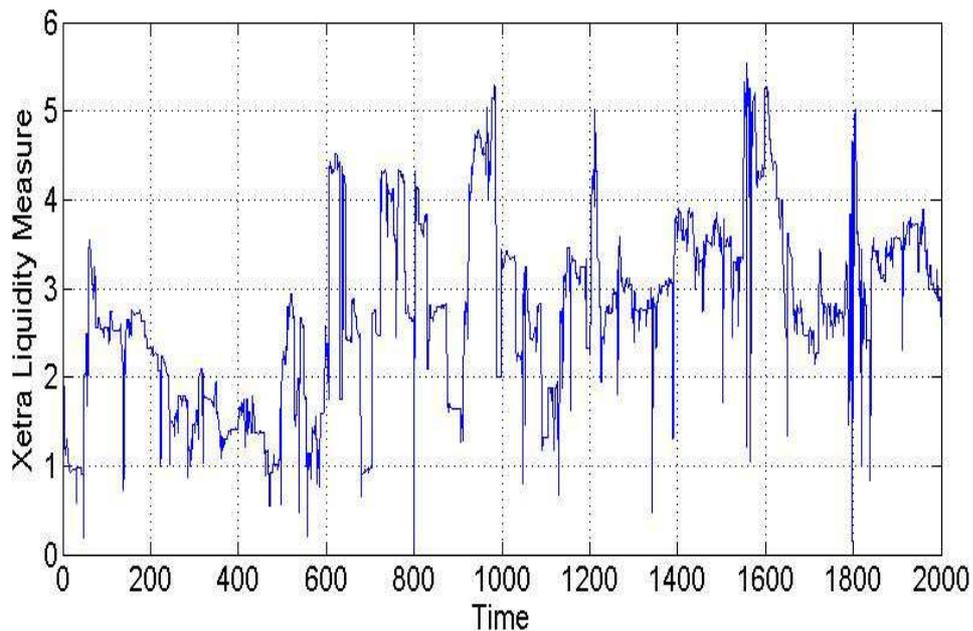


Рис. 7 – Динамика фазовой переменной.

В данном разделе будет описана методика, позволяющая построить формальный критерий шокового состояния и оценить время релаксации. Предлагаемый подход состоит из нескольких логических частей:

- выявление средней динамики фазовой переменной (тренда);
- построение характеристической функции на основе исходных данных;
- выявление участков нерегулярности на основе анализа характеристической функции.

3.5.1 Определение тренда

Для корректной оценки величины отклонения $Y(t)$ естественно учитывать эффекты, наложенные общей динамикой переменной (рост, осциллирование и т.д.). Для определения функции $f_0(t)$, характеризующей тренд, можно предложить следующие методы решения:

1) $f_0(t)$ имеет линейный вид $at+b$, где коэффициенты a, b находятся по методу наименьших квадратов для данных наблюдений $(y_0, y_1, \dots, y_n) = (Y(t_0), Y(t_1), \dots, Y(t_n))$, $t_0 < t_1 < \dots < t_n \leq T$.

2) В некоторых случаях линейного тренда недостаточно для описания средней динамики переменной. В таких случаях возможно использование методов сглаживания для наблюдений $(y_0, y_1, \dots, y_n) = (Y(t_0), Y(t_1), \dots, Y(t_n))$, $t_0 < t_1 < \dots < t_n \leq T$. При таком подходе $f_0(t)$ на отрезке $[0, T]$ находится как решение задачи минимизации

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i (f_0(t_i) - Y(t_i))^2 + \varepsilon \int_0^T (f_0''(s))^2 ds \rightarrow \inf_{f_0 \in W},$$

где W – класс Соболева функций $f(t)$ таких, что $f(t), f'(t)$ – абсолютно непрерывны на $[0, T]$, а $f''(t) \in L_2[0, T]$. Параметр ε положителен и задается априорно. Большие значения отвечают большей гладкости решения.

Веса α_i выбираются по формуле $\alpha_i = \frac{c}{1 + |X(t_i) - \bar{X}|}$,

где константа c выбирается, исходя из условия нормировки $\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_n = 1$. Известно, что решение задачи имеет кусочно-полиномиальный вид [134]. На Рис. 8 представлено найденное данным методом решение $f_0(t)$ (пунктирная линия), вполне адекватно описывающее тренд. Значение $\varepsilon = 100,000$.

Стоит заметить, что метод наименьших квадратов является частным случаем данного подхода при $\varepsilon \rightarrow +\infty$.

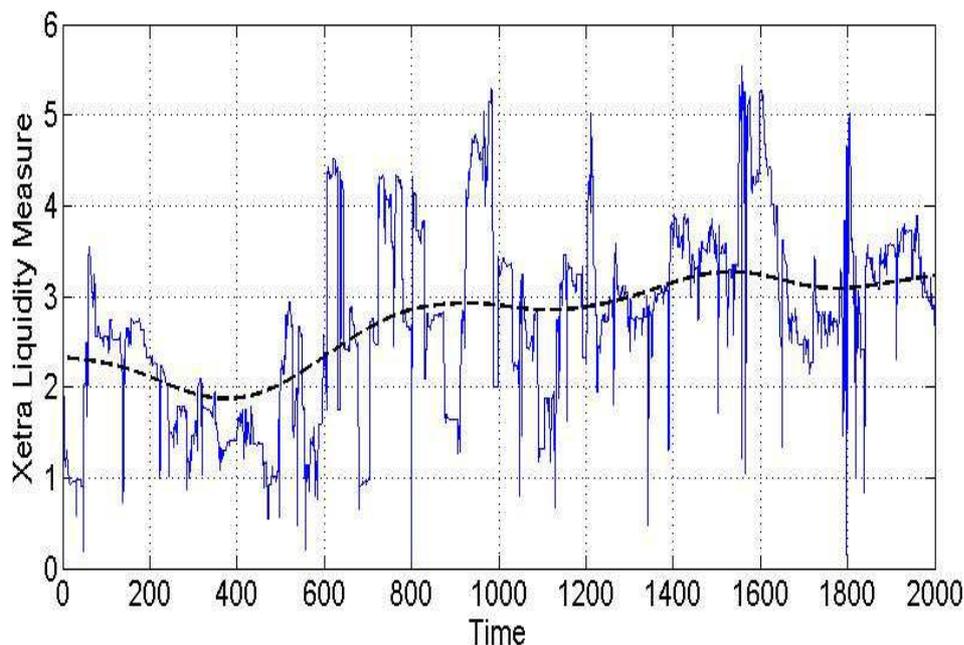


Рис. 8 – График общей динамики фазовой переменной.

3.5.2 Построение характеристической функции

Для дальнейшей работы необходимо сделать некоторые предположения относительно поведения фазовой переменной. Ниже будет приведена формальная математическая модель ее стохастической динамики, которая а) пригодна для практического анализа данных; б) дает в результате заданные априори критерии шокового события и восстановления после шока. Предполагается, что $Y(t)$ – зашумленные наблюдения истинной траектории случайного процесса $F(t)$, описывающего динамику рассматриваемой переменной. Тогда предлагаемая модель имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F(t) &= f_0(t) + bX(t), \quad t \in [0, T], \\
 Y(t_i) &= F(t_i) + \eta_i, \quad i = 0, 1, \dots, n,
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

где $f_0(t)$ – полиномиальная функция, имеющая значение тренда, найденная на предыдущем шаге;

b – неизвестная положительная константа;

$X(t)$ – гауссовский процесс с нулевым мат.ожиданием и известной ковариационной функцией:

$$EX(t) = 0, \quad R(t, s) = EX(t)X(s) = \int_0^T (t-u)_+ (s-u)_+ du, \quad \text{где } x_+ = \max(x, 0); \quad (44)$$

$\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_n$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие нормальное распределение $N(0, \sigma^2)$.

При сделанных предположениях верно следующее утверждение:

Теорема (Kimeldorf-Wahba) [93]. Оценка $\hat{F}(t)$ процесса $F(t)$ в классе

- несмещенных,
- линейных по наблюдениям (y_0, y_1, \dots, y_n) ,
- минимизирующих невязку $E(\hat{F}(t) - F(t))^2$ среди всех несмещенных оценок

совпадает с решением $f_\varepsilon(t)$ задачи минимизации:

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i (f_0(t_i) - Y(t_i))^2 + \varepsilon \int_0^T (f_0''(s))^2 ds \rightarrow \inf_{f_0 \in W}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma^2}{b^2}, \quad (45)$$

где W – класс Соболева функций $f(t)$ таких, что $f(t), f'(t)$ – абсолютно непрерывны на $[0, T]$, а $f''(t) \in L_2[0, T]$.

В дальнейшем решение задачи минимизации будет рассматриваться как функция двух переменных t и ε : $f_\varepsilon(t) = f(t, \varepsilon)$. Исходя из приведенной теоремы, можно вычислить невязку при известном параметре $\varepsilon = \varepsilon_0$:

$$\begin{aligned} E(\hat{F}(t) - F(t) | \varepsilon = \varepsilon_0)^2 &= (f(t, \varepsilon_0) - L(t))^2 + 2b(f(t, \varepsilon_0) - L(t))EX(t) + b^2 EX^2(t) = \\ &= \text{const} + g^2(t, \varepsilon_0), \end{aligned} \quad (46)$$

где $g(t, \varepsilon) = f(t, \varepsilon) - L(t)$ – отклонение от «среднего» значения.

Однако на практике оценка $\hat{F}(t)$ не может быть найдена, так как неизвестны значения b и дисперсии шума σ^2 , а значит, и параметра регуляризации ε . Пусть известно не **точное значение**, а некоторая априорная информация о том, какие значения и с какой вероятностью **может** принимать ε . Исходя из логической интерпретации вероятности, можно считать ε случайной величиной с известным распределением. При отсутствии каких-либо априорных предположений предлагается считать распределение параметра ε экспоненциальным с заданным средним λ , так как при заданном среднем экспоненциальное обладает наибольшей энтропией среди всех распределений на положительной полуоси. Эмпирические исследования показывают, что чувствительность метода к выбору λ довольно низкая, значение среднего достаточно приближенно (с точностью до порядка) оценить, исходя из получаемых результатов. В рассматриваемом примере было использовано значение $\lambda = 1$.

Учитывая стохастическую природу ε , можно вычислить **ожидаемую невязку** $E_\varepsilon E(\hat{F}(t) - F(t))^2$:

$$E_\varepsilon E(\hat{F}(t) - F(t))^2 = const + \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda \varepsilon} g^2(t, \varepsilon) d\varepsilon = const + \psi(t), \quad (47)$$

$$\psi(t) = \lambda \int_0^{+\infty} e^{-\lambda \varepsilon} g^2(t, \varepsilon) d\varepsilon.$$

Полученная функция $\psi(t)$ является знакопостоянной и имеет скачки в те моменты времени, где ожидаемая невязка наибольшая, значит, в эти моменты оценить поведение фазовой переменной на основе наблюдений сложнее всего, т.е. в это время поведение переменной отличается от обычного, предсказуемого, что интерпретируется как шоковое состояние. Так как значение имеют только относительная

величина скачка $\psi(t)$, то в дальнейшем для облегчения вычислений под $\psi(t)$ подразумевается ее нормированное значение. На Рис. 9 и Рис. 10 представлены графики траектории фазовой переменной и соответствующей ей функции $\psi(t)$:

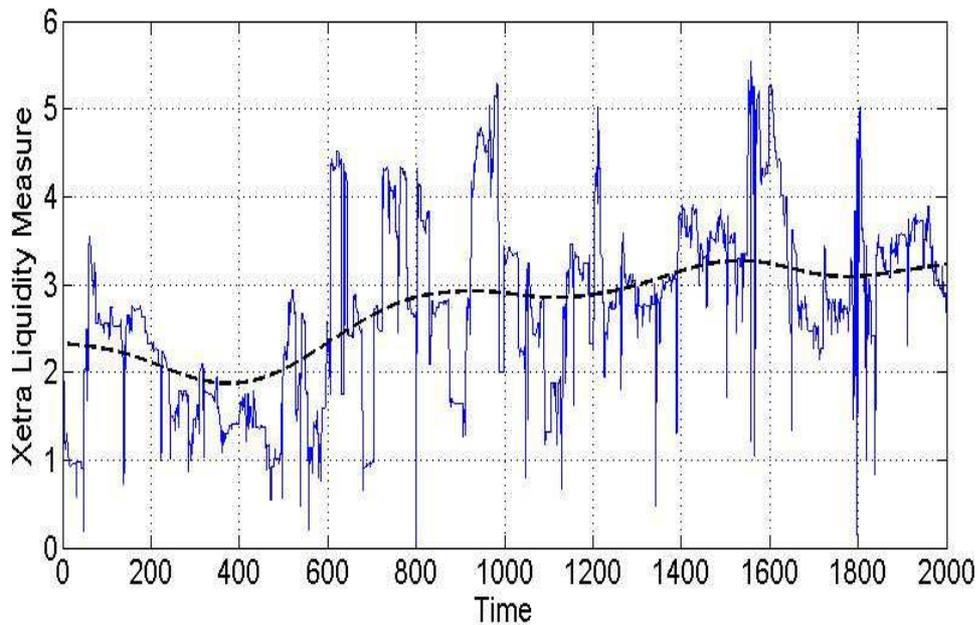


Рис. 9 – График траектории фазовой переменной.

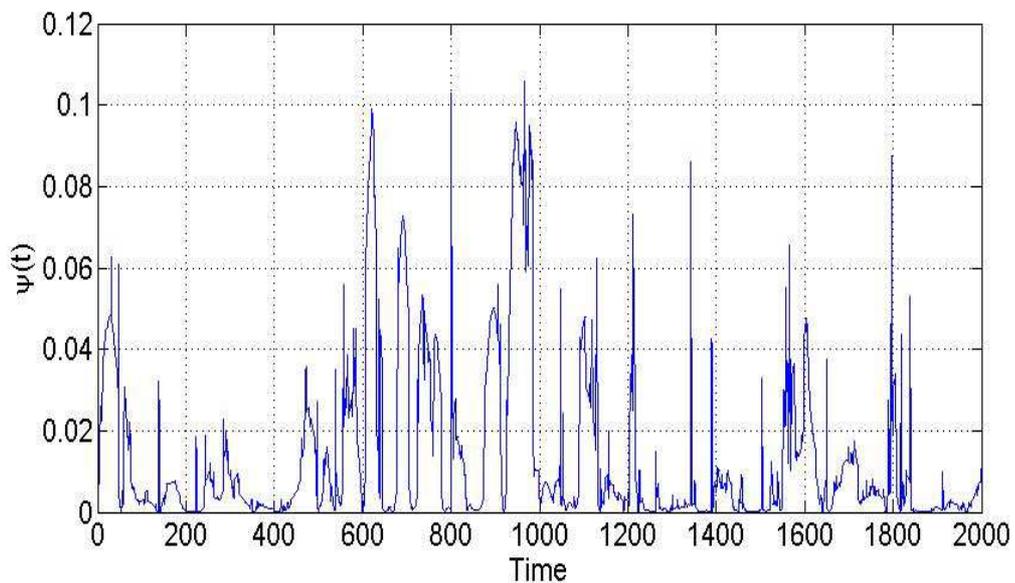


Рис. 10 – График характеристической функции.

Из полученных результатов видно, что при стационарной динамике характеристическая функция близка к нулю. При интуитивно

понятном шоковом состоянии $\psi(t)$ также имеет резкое отклонение с большой амплитудой.

Результат можно улучшить, если отдельно рассматривать резкий рост и резкое уменьшение значений фазовой переменной, а не все отклонения от среднего. В частности, для рассматриваемой в статье задачи важен случай роста переменной, что соответствует ухудшению ликвидности на рынке в силу ее экономического смысла (Xetra Liquidity Measure). В дальнейшем именно эта задача и будет рассматриваться.

Различие между двумя классами отклонений в каждый момент времени может быть установлено, исходя из знака функции $g(t, \varepsilon)$, что объясняется ее построением. В предположении стохастической природы ε в качестве характеристики класса можно взять следующее:

$$\chi(t) = \text{sign} \left\{ \lambda \int_0^{+\infty} e^{-\lambda \varepsilon} g(t, \varepsilon) d\varepsilon \right\} \quad (48)$$

В таком случае росту значения переменной соответствует $\chi(t) = 1$, а убыванию – $\chi(t) = -1$. Теперь в качестве характеристической функции можно рассматривать

$$\boxed{\psi(t) = \chi(t) \cdot \lambda \int_0^{+\infty} e^{-\lambda \varepsilon} g^2(t, \varepsilon) d\varepsilon,} \quad (49)$$

которая обладает всеми свойствами предыдущей характеристики, но не является знакопостоянной. Резкие скачки $\psi(t)$ в **положительной полуплоскости** соответствуют моментам роста фазовой переменной, т.е. ухудшению ликвидности. На Рис. 11 и Рис. 12 представлены графики траектории фазовой переменной и соответствующей ей функции $\psi(t)$:

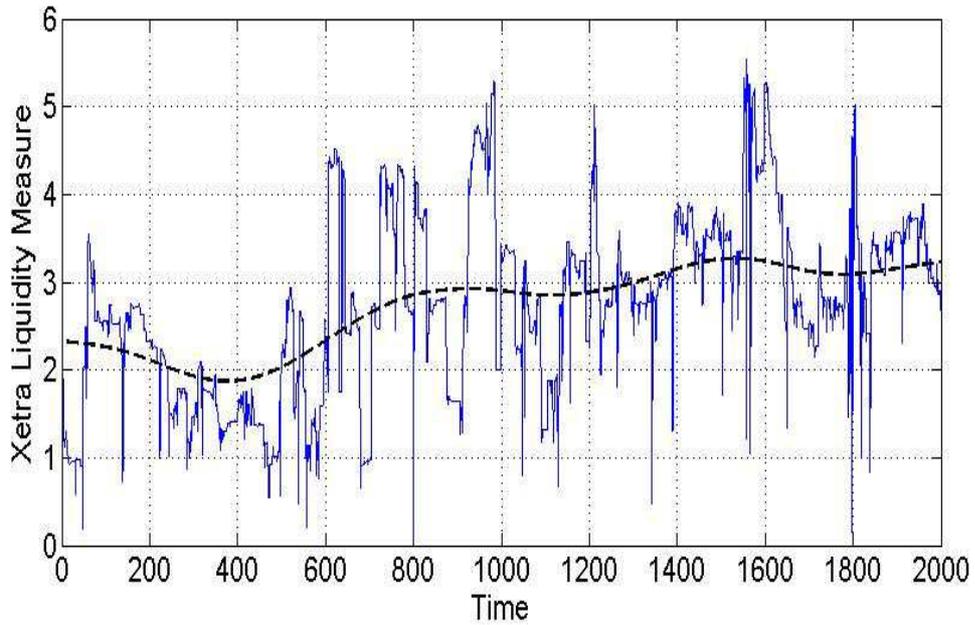


Рис. 11 – График траектории фазовой переменной.

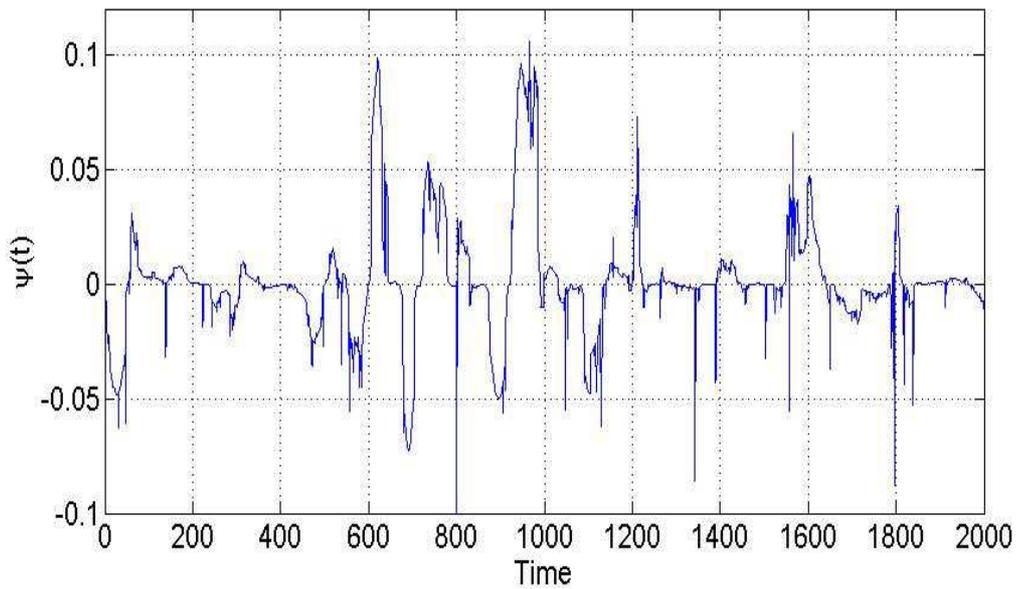


Рис. 12 – График характеристической функции для знакопеременного случая.

По виду полученной характеристики даже эмпирически легко установить, в какие моменты времени наблюдалось ухудшение ликвидности (резкий рост $\psi(t)$). В следующей части будет описан подход к построению формального критерия и автоматическому определению моментов шокового состояния.

3.5.3 Построение критерия шокового состояния

Предлагаемый подход основан на построении верхней границы для характеристической функции, выход за которую будет расцениваться как шоковое состояние. Авторы предлагают следующий способ определения границы:

Пусть $(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_k) = (\psi(t_0'), \psi(t_1'), \dots, \psi(t_k'))$, где моменты t_0', t_1', \dots, t_k' соответствуют всем неотрицательным значениям $\psi(t)$. Формально применив простой фильтр Калмана к временному ряду $(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_k)$, считая, что наблюдаются незашумленные значения $(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_k)$, получаем, что $\psi(t_{k+1} | t_k)$ можно считать нормально распределенной случайной величиной со средним $l(t_k)$ и дисперсией σ_ψ^2 . «Среднюю» функцию $l(t)$ можно определить методами из 1-й части методики для наблюдений $(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_k)$; в качестве σ_ψ^2 логично брать выборочную дисперсию.

Получив оценку $\psi(t_{k+1} | t_k)$, можно для каждого момента времени t_k' определить верхнюю границу доверительного интервала для $\psi(t_{k+1} | t_k)$, уровень доверия при этом должен быть задан априорно. Искомая граница $m(t)$ определяется теперь следующим образом:

- а) для моментов t_0', t_1', \dots, t_k' $m(t)$ совпадает с найденным значением верхней границы доверительного интервала;
- б) для остальных моментов времени граница доопределяется с помощью интерполяционных методов (например, линейной интерполяцией).

Критерием шокового состояния является выход $\psi(t)$ за границу стационарности $m(t)$. Формально

$$\{ \tau - \text{момент шока} \} \Leftrightarrow \psi(\tau) > m(\tau). \quad (50)$$

Замечание: Во многих случаях выборочная дисперсия имеет слишком большое значение из-за большой амплитуды скачков $\psi(t)$, что ведет к завышению границы и неадекватным оценкам. Для решения данной проблемы рекомендуется произвести несколько предварительных итераций данного алгоритма, на каждой из которой необходимо исключить из текущего вектора наблюдений $(\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_k)$ те точки, которые на текущей итерации определяются как шоковые. Тем самым точки с большой амплитудой будут исключены и не повлияют на оценку дисперсии и построение границы.

На Рис. 13 приведены графики характеристической функции $\psi(t)$ и построенной границы $m(t)$ для уровня значимости 99%. На Рис. 14 приведен график фазовой переменной, найденные моменты шока выделены.

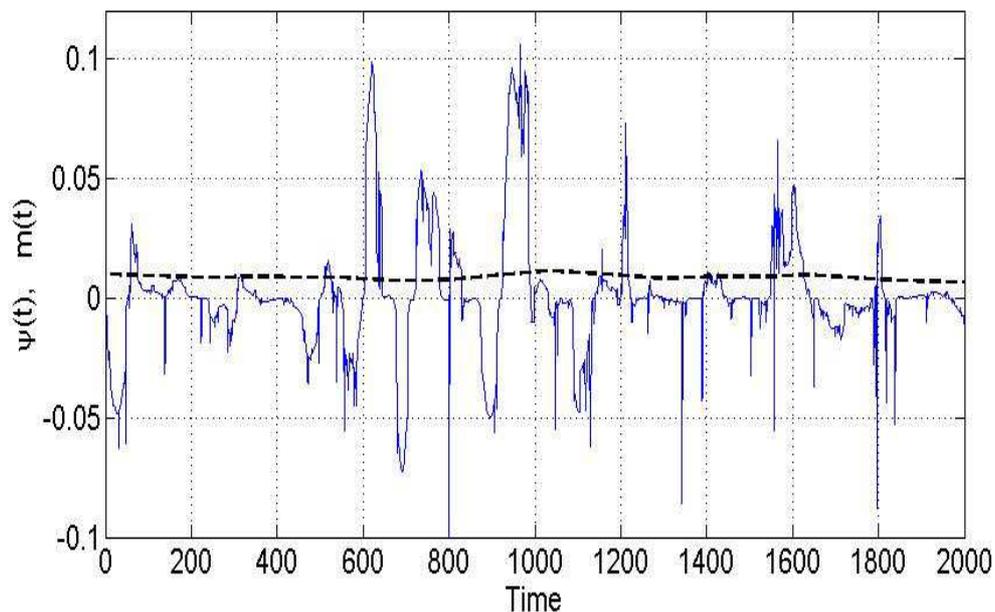


Рис. 13 – Графики характеристической функции $\psi(t)$ и границы $m(t)$ (пунктирная линия).

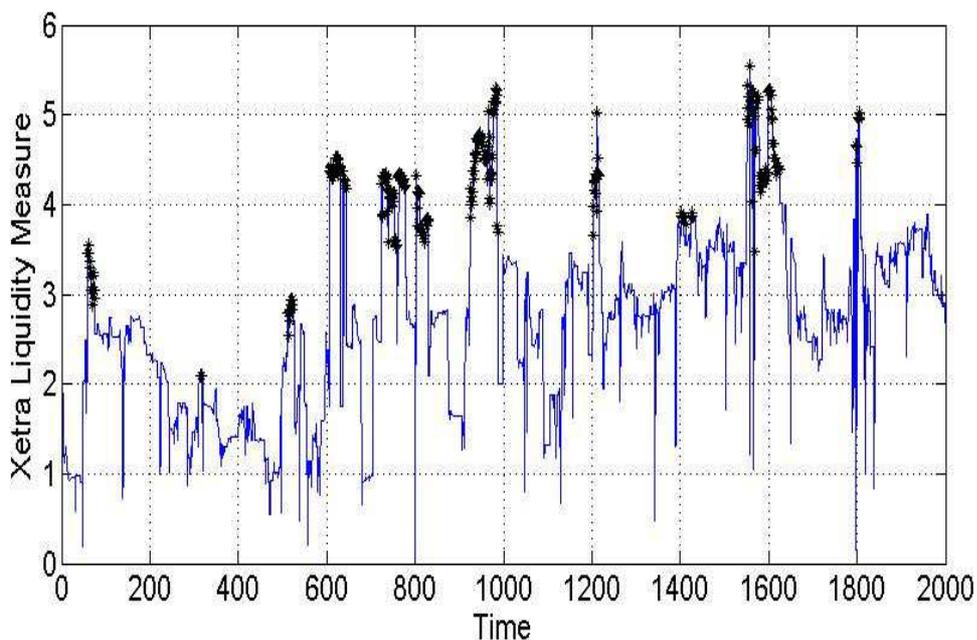


Рис. 14 - График траектории фазовой переменной с выделенными моментами шока.

Релаксация рынка теперь может быть оценена в соответствии со статистикой непрерывных периодов шока. Для шоков ликвидности Таблица 2 показывает, что 50 секунд будет достаточно для восстановления рынка после шока (для уровня значимости 99,2%). Эта оценка может быть успешно использована как минимальный временной интервал между последующими сделками в стратегии ликвидации портфеля, подразумевающей разбиение блока на части.

Таблица 2 – Продолжительность шоков и их процент от общего числа в течение 10 января 2006 года для акций «Лукойла».

Длина шока	Процент
< 50 секунд	99.2%
< 45 секунд	97.6%
< 30 секунд	88.1%
< 6 секунд	54.0%
< 5 секунд	49.2%

Описанная выше методика позволяет автоматически определять моменты «шоков» ликвидности (в терминах фазовой траектории обобщенной характеристики ликвидности) и оценивать соответст-

вующее время релаксации, не накладывая при этом ограничения на входные данные (продолжительные участки стационарности, большой рассматриваемый интервал времени и т.д.). На Рис. 15 приведена диаграмма распределения количества шоков в зависимости от времени релаксации на основании применения методики для 30 минут торгового дня. Характерное экспоненциальное поведение может быть учтено при моделировании шоковых событий на рынке.

Робастность метода и простая интерпретация результатов, опирающаяся на интуитивное определение шока, делает его приемлемым для формирования статистики из исторических данных с целью последующего оценивания времени релаксации рынка. Подход был протестирован на ликвидных акциях, торгуемых на ММВБ. *Для периода в один торговый день было продемонстрировано, что для высокого уровня значимости (99,2%) достаточно 50 секунд для восстановления рынка.*

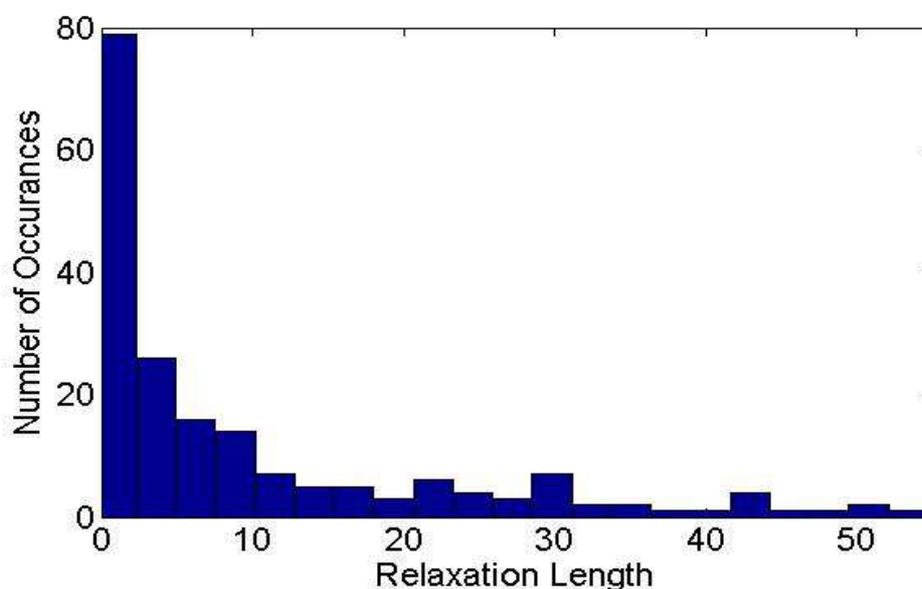


Рис. 15 – Диаграмма распределения количества шоков в зависимости от времени релаксации.

3.6 Рекомендации по управлению портфелем при его реструктуризации в условиях низкой ликвидности

Разработанный подход к определению ликвидационной стоимости портфеля является полезным инструментарием для любого участника финансового рынка, в том числе для клиринговой организации или центрального контрагента. Помимо получения на ее основе более корректной оценки стоимости портфеля (самой точной оценкой стоимости портфеля является его ликвидационная стоимость), данная методика подходит для оценивания ликвидности бумаг на бирже и возможности их участия в маржинальной торговле путем составления на ее базе рэнкинга ликвидности.

На основе предложенного подхода можно создать СППР для проведения реструктуризации (перестройки или ликвидации) портфеля. В данном разделе будут предложены рекомендации по разработке и применению такой системы на практике.

Процесс управления портфелем при реструктуризации, приводящей к торговле крупными объемами ценных бумаг, можно условно разбить на несколько следующих этапов:

1. Четкая *формулировка цели реструктуризации* в терминах наименований ценных бумаг, направлений торговли (покупка или продажа), объемов соответствующих бумаг и временного горизонта, за который она должна быть проведена. Другими словами, необходимо определить, какие ценные бумаги и в каком количестве необходимо продать и/или купить за отведенное время, диктуемое внутренними решениями участника рынка или внешними обстоятельствами. Также необходимо определить степень агрессивности торговли (см. 1.4 настоящей работы).

2. Определение контекста, в котором будет происходить достижение поставленной цели реструктуризации. На данном этапе от участника рынка требуется выяснить текущие рыночные условия, а также доступные торговые системы и другие возможности (более подробно см. 1.4 настоящей работы).
3. Накопление, фильтрация и предварительный статистический анализ необходимых высокочастотных данных о ходе торгов ценными бумагами.
4. Обработка высокочастотных данных: построение для каждой ценной бумаги функции транзакционных издержек и исследование ее динамики с целью установления наиболее подходящей модели ее параметризации (см. 3.4-3.5 настоящей работы).
5. Построение и калибровка модели ликвидационной стоимости портфеля, лежащей в основе СППР, на основе предложенного подхода к определению ликвидационной стоимости портфеля (см. 3.6 настоящей работы).
6. Применение СППР для оценки потенциальной (*ex-ante*) ликвидационной стоимости портфеля.
7. Выбор способа торговли и торговой системы на основе полученной на предыдущем этапе оценки.
8. Применение СППР для определения реализованной (*ex-post*) ликвидационной стоимости портфеля.

Остановимся подробнее на некоторых этапах.

При построении и калибровке модели ликвидационной стоимости, лежащей в основе СППР (этап 5), рекомендуется особое внимание уделить входным параметрам модели, отражающим динамику рынка: волатильность рынка и бид-аск спреда. Что касается волатиль-

ности, то лучше всего использовать вперед смотрящую (*forward-looking*) оценку, построенную на основе модели GARCH или EWMA (см.[90]). Применение таких оценок достаточно эффективно для прогнозирования волатильности рынка в краткосрочном периоде, так как позволяет, в частности, учесть эффект кластеризации волатильности. Для оценки среднего дневного объема торговли (в денежном выражении) по той или иной ценной бумаге лучше всего использовать медианное значение, рассчитываемое за некоторый период времени (например, 20 торговых дней), который сдвигается со временем (по аналогии со скользящим средним). В идеале оценки рыночной динамики должны рассчитываться отдельно для каждой ценной бумаги и на основе актуальных релевантных данных.

Более того, для получения более корректных оценок необходимо учитывать внутрисуточную динамику⁶⁷ объема, цены (доходности), бид-аск спреда и волатильности для каждой ценной бумаги. Для этого рекомендуется использовать операционное время (деволатилизацию) при использовании СППР (более подробно см. [13, 57]).

В случае оценки потенциальной ликвидационной стоимости портфеля (этап б) портфеля, перестройка которого по времени может занять больше одной торговой сессии, исходную оптимизационную задачу можно разбить на ряд субоптимизационных задач. Другими словами, можно выделить 3 временные шкалы, на которых производится оптимизация (определение ликвидационной стоимости):

- *Макро*: временной горизонт разбивается на отдельные торговые дни.
- *Мезо*: каждый торговый день разбивается на несколько интервалов (например, 15 мин, 30 мин или 1 час).

⁶⁷ Речь идет о возможной сезонности во внутрисуточной динамике: наличие U-shape, L-shape и т.д. в соответствующих данных. О внутрисуточной сезонности на рынке российских государственных облигаций см. [1].

- *Микро*: режим реального времени с определенной точностью (например, до секунды или десятков миллисекунд).

На уровне «макро» решается задача о разбиении блока между отдельными днями, т.е. вектор объемов, получаемый на выходе оптимизационной задачи о ликвидации, представляет дневные объемы, которые должны быть куплены (проданы) в каждый из отведенных дней.

На уровне «мезо» решается задача о разбиении каждого из полученных на уровне «макро» дневных объемов между соответствующими интервалами. Речь идет о том, что конкретный дневной объем затем поступает на вход той же модели ликвидации портфеля (однако уже без учета импульса волатильности) в качестве исходного объема для ликвидации. Следовательно, получаемый в результате вектор объемов показывает, как происходит разбиение дневного объема на отдельные части, которые должны последовательно торговаться на каждом из интервалов, на которые делится торговая сессия.

На уровне «микро» решается задача о разбиении каждого из полученных на уровне «мезо» «интервальных» объемов в режиме реального времени. При этом решается задача о том, когда⁶⁸ входить на рынок (для этого может быть использована оценка времени релаксации рынка) и какие типы заявок (рыночная или лимитированная) использовать.

В предложенном подходе к определению ликвидационной стоимости использовались только рыночные заявки. Отчасти это связано с экономическими соображениями относительно рисков управляющего по экспозиции блока перед участниками рынка⁶⁹ и особен-

⁶⁸ Подразумевается определение конкретного момента времени с определенной точностью (возможно, до миллисекунды).

⁶⁹ В частности, речь идет о возможности использования другими участниками рынка стратегий на опережение (*front-running*).

ностей микроструктуры рынка, движимого заявками, использующего дискриминирующее правило цены. С другой стороны, использование лимитированных заявок подразумевает неопределенность их исполнения, что требует оценки вероятностей их исполнения, величины которых зависят от цены заявки, ее положения в очереди, общего объема и т.д. На мой взгляд, это привело бы к неоправданному техническому усложнению модели ликвидации портфеля и еще большей требовательности подхода к данным.

Тем не менее, для выбора между рыночными и лимитированными заявками можно порекомендовать использовать модель К. Коэна, С. Майера, Р. Шварца и Д. Уиткома [50]. Если вкратце, то определяющим фактором выбора будет служить величина бид-аск спреда: чем меньше его значение, тем привлекательнее использование рыночных заявок, так как различие между лучшими ценами спроса и предложения становится менее значимым, нежели неопределенность исполнения и возможность ухода цены в неблагоприятном направлении.

На этапе 8 определение реализованной ликвидационной стоимости может быть использовано для оценки того, было ли достигнуто наилучшее исполнение (*best execution*), если использовались услуги брокера при реструктуризации портфеля. Также можно судить об эффективности различных торговых стратегий, использующих те или иные типы заявок и т.п.

3.6.1 Учет «импульса волатильности»

Стоит особо отметить, что при определении ликвидационной стоимости на уровне «макро» необходимо учитывать тот факт, что значительная часть изменения цены за полные сутки происходит в период, когда торги на бирже не ведутся. Назовем данный эффект «импульсом волатильности».

Данная терминология не является стандартной. Термин впервые предложен С.Н. Смирновым в его неопубликованных работах конца 1990-х гг. С точки зрения моделирования ценового процесса речь идет об учете скачка цены между торговыми днями. Если моделировать стохастическую динамику цен при помощи диффузионного процесса, то при склеивании торговых дней возникнут разрывы первого рода – скачки. Считая в первом приближении скачки и независимыми от предыстории и имеющими гауссовское распределение, можно оставаться в рамках описания при помощи диффузионных процессов, но «обобщенных», полагая, что в точке «склеивания»⁷⁰ квадрат волатильности ведёт себя как дисперсия скачка цены, умноженная на дельта-функцию Дирака, сосредоточенную в этой точке. Поскольку функцию Дирака принято называть также единичным импульсом в точке, был предложен термин «импульс волатильности».

Одним из объяснений этого может служить то обстоятельство, что в перерывах между торгами происходит изменение факторов, влияющих на ценообразование (например, макроэкономическая статистика, публикуемая в других странах, или результаты торгов по связанным активам на других торговых площадках). Другим объяснением может служить то, что с момента закрытия торгов аналитики собирают и обрабатывают новую информацию и при открытии своими действиями оказывают влияние на цену актива, отражая таким образом в ней результаты своего анализа.

Рассмотрим рациональные стратегии ликвидации для случая, когда приходится торговать в течение нескольких дней. При этом использовались следующие входные ограничения: требуется продать 100 000 акций; инвестор может входить на рынок только 1 раз в течение

⁷⁰ Цена закрытия предыдущего торгового дня совмещается с ценой открытия последующего торгового дня (см. Рис. 17 далее).

ние часа; на закрытие всей позиции отводится 20 шагов, что соответствует 3 торговым дням. На Рис. 16 показано, сколько остается акций в портфеле (X_n) на каждом шаге (n). На Рис. 16 представлена стратегия ликвидации с пробелами, которым соответствуют часы, которые мы пропускаем (время отсутствия торгов, в т.ч. ночь).

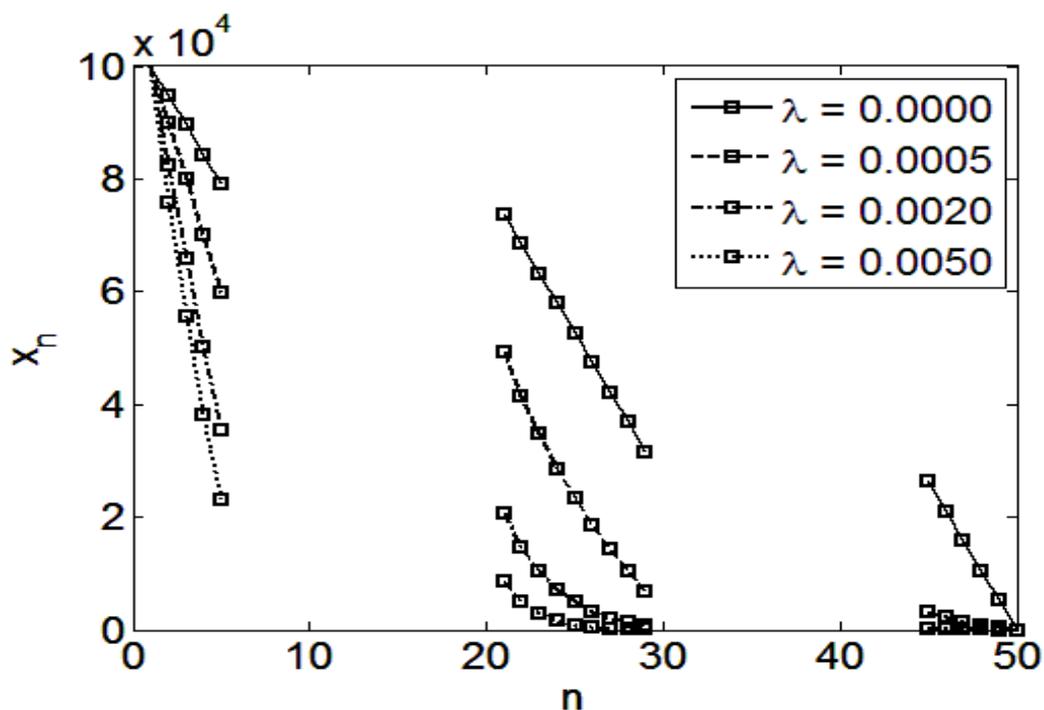
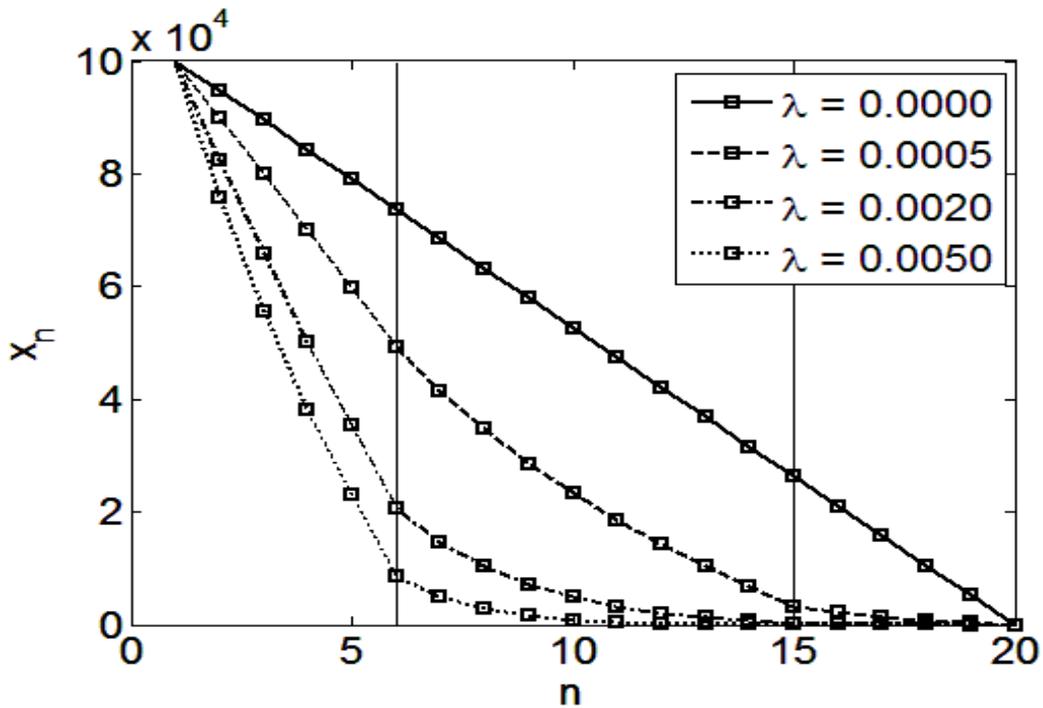


Рис. 16 – Ликвидация портфеля из 100 000 акций ОАО «Лукойл» при $N=20$ с учетом импульса волатильности.

На Рис. 17 изображены те же стратегии ликвидации, но при этом опущены шаги, соответствующие часам, когда торговля на рынке не ведется.



Примечание: вертикальные линии соответствуют шагу, на котором открывается торговая сессия.

Рис. 17 – Ликвидация портфеля из 100 000 акций ОАО «Лукойл» при N=20 с учетом импульса волатильности (с пропуском шагов, на которых торговля не ведется).

Таким образом, лучше видно, что при большем неприятии риска наблюдаются заметные изломы траектории ликвидации портфеля между шагами из различных торговых дней. Другими словами, чем ближе новый торговый день, тем больший объем необходимо продать, т.е. неприятие к риску проявляется как внутри дня, так и между днями. Риск-нейтральному инвестору ($\lambda=0$) безразлично, сколько времени проходит, поэтому он ликвидирует позицию равными долями в любом случае (постепенная ликвидация – см. 2.5.2 настоящей работы).

Заключение

В ходе исследования была создана база статистических данных о ходе торгов акциями на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ). Стоит отметить, что накопление и обработка такой информации требует колоссальной вычислительной мощности и надлежащих устройств хранения и резервирования данных.

В результате проведенного исследования получены следующие результаты:

1. На основе анализа факторов и обстоятельств, которые должны быть учтены при реструктуризации портфеля в условиях низкой и фрагментированной ликвидности, обоснована независимо от способа проведения реструктуризации необходимость использования потенциальной ликвидационной стоимости портфеля в качестве бенчмарка (меры эффективности) для последующей оценки результативности⁷¹ перестройки или ликвидации портфеля.

2. На основе сравнительного анализа моделей риска рыночной ликвидности сделан вывод, что для проведения рациональным образом сделок по покупке (продаже) значительных объемов ценных бумаг необходимо использовать модели, допускающие возможность разбиения крупного пакета (блока) на отдельные части (при наличии доступа к высокочастотным данным о ходе торгов ценными бумагами). При этом должны оцениваться не только потенциальные транзакционные издержки, но и риски, связанные с неблагоприятным движением цены. Сделан вывод, что наиболее подходящей для решения такого сорта задач является методология Альмгрена и Крисса.

3. На основе сравнительного анализа различных показателей транзакционных издержек обоснован выбор дефицита исполнения А.

⁷¹ См. примечание 9 на стр. 14.

Перольда в качестве ценового бенчмарка для оценки ликвидационной стоимости портфеля.

4. На основе учета различных аспектов микроструктуры рынка создана экономически обоснованная схема управления портфелем активов в условиях низкой ликвидности рынка. В рамках данной системы особое внимание уделено оценке ликвидационной стоимости портфеля активов на реальных данных о ходе торгов акциями (на примере ММВБ). Для этого разработан качественно новый инженерный (грубый, но отражающий структуру данных) способ, использующий информацию о глубине и релаксации рынка.

5. Для определения ликвидационной стоимости в соответствии с предложенным способом построена модель с учетом глубины рынка, которая приводит к решению нелинейной оптимизационной задачи ликвидации портфеля. На выходе разработанной модели получается стратегия ликвидации портфеля в условиях ограниченной ликвидности, которая для определенного уровня неприятия к риску задает объемы, которые инвестор должен ликвидировать внутри временных интервалов, количество которых заранее фиксировано.

6. Для получения оценки минимального временного интервала между шагами, в течение которого должна проводиться ликвидации портфеля, разработан инженерный способ оценки релаксации рынка, основанный на исследовании поведения фазовой переменной, в качестве которой используется мера ликвидности XLM. Для периода в один торговый день было продемонстрировано, что для уровня значимости 99,2% достаточно 50 секунд для восстановления рынка после шока ликвидности, характеризуемого как отклонение от «нормального» поведения данной фазовой переменной.

7. Предложена схема процесса управления портфелем на основе разработанного способа, позволяющая определять и связывать между

собой рациональные стратегии ликвидации на различных временных горизонтах, а также учитывать некоторые микроструктурные эффекты, такие как импульс волатильности, соответствующий перерывам между торгами, и сезонность во внутрисуточной динамике показателей ликвидности.

Возможные направления дальнейшего развития исследований:

1. Изучение возможностей хеджирования рыночного риска позиции производными финансовыми инструментами (например, фьючерсами на индекс) с целью снижения альтернативных издержек ликвидации портфеля при разбиении блока на части (на различных временных горизонтах).

2. Поиск показателей ликвидности, построенных на основе дневных данных о ходе торговли, для использования в качестве надежных и эффективных прокси-заменителей показателей ликвидности, рассчитываемых на основе высокочастотной информации о ходе торговли, с целью снижения требовательности разработанного подхода к данным.

Список использованной литературы

1. *Алехин, Б.И.* Внутринеделная и внутринеделная сезонность на рынке государственных облигаций // *Экономический журнал Высшей школы экономики.* – 2003. – Т. 7. – № 1. – С. 50 – 64.
2. *Алехин, Б.И.* Нужны ли маркет-мейкеры рынку ГКО-ОФЗ / Б.И. Алехин // *Биржевое обозрение.* – 2004. – № 8. – С. 6 – 10.
3. *Алехин, Б.И.* Рынок ценных бумаг: Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности 060400 «Финансы и кредит» / Б.И. Алехин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 461 с.: табл.
4. *Архипов, В.М.* Предпосылки введения количественных мер эффективности для ГЭР / В.М. Архипов, И.Ю. Захаров, В.В. Науменко, С.Н. Смирнов // WP16/2007/05. – М.: ГУ ВШЭ, 2007. – 40 с.
5. *Береза, В.* Ограбление по-французски / В. Береза // *Риск-менеджмент.* – 2008. - № 3-4 (15-16). – С. 16-21.
6. *Майоров, С.* О современных тенденциях развития торговых технологий / С. Майоров // *Биржевое обозрение.* – 2009. – № 10. – С. 14-17.
7. *Морозов, Р.* Модель управления портфелем с учетом ликвидности финансового рынка / Р. Морозов. – 2003. – Дипломная работа, Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа.
8. *Пензин, К.* Революция на рынке торговых услуг. Часть 1 / К. Пензин // *Биржевое обозрение.* – 2009. – № 6. – С. 13-16.
9. *Пензин, К.* Революция на рынке торговых услуг / К. Пензин // *Биржевое обозрение.* – 2009. – № 7. – С. 8-12.
10. Правила проведения торгов по ценным бумагам в Закрытом акционерном обществе «Фондовая биржа ММВБ» - Web: http://www.micex.ru/articles/file/5735/trading_rules_230310.doc).

11. Смирнов, С.Н. Риски рыночной ликвидности: измерение и управление / С.Н. Смирнов. – 2004. – Доклад на Международной конференции «Международный опыт риск-менеджмента и особенности развивающихся рынков», г. Москва, Россия.
12. Шарп, У. Инвестиции: Пер. с англ. / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли. — М.: ИНФРА-М, 1999. — 1028 с.
13. Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели / А.Н. Ширяев – М.: ФАЗИС, 1998. – 512 с.
14. Шоломицкий, А.Г. Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска: учеб. пособие для вузов / А. Г. Шоломицкий. – М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2005. – 400 с.
15. Щукин, Д. Ликвидность рынка и ее влияние на риск портфеля / Д. Щукин // *Рынок ценных бумаг*. – 1999, № 21. - с.56-60.
16. Admati, A. A theory of intraday patterns: Volume and price variability / A. Admati, P. Pfleiderer // *Review of Financial Studies*. – 1988. – Vol. 1. – Pp. 3-40.
17. Alfonsi, A. Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions / A. Alfonsi, A. Schied, A. Schulz // *Quantitative Finance*. – 2010. – Vol . 10, no. 2. – Pp. 143-157.
18. Allen, F. Stock price manipulation, market microstructure and asymmetric information / F. Allen, G. Gorton // *European Economic Review*. – 1992. – Vol. 36, no. 2-3. – Pp. 624-630.
19. Almgren, R. Direct estimation of equity market impact / R. Almgren, C. Thum, E. Hauptmann, H. Li // *Risk*. – 2005. – Vol. 18, no. 7. – Pp. 57-62.
20. Almgren, R. Optimal execution of portfolio transactions / R. Almgren, N. Chriss // *Journal of Risk*. – 2000. – Vol. 3, no. 2. – Pp. 5-39.
21. Almgren, R. Optimal execution with nonlinear impact functions and trading-enhanced risk / R. Almgren // *Applied Mathematical Finance*. –

2003. – Vol. 10, no. 1. – Pp. 1-18.
22. *Almgren, R.* Value under liquidation / R. Almgren, N. Chriss // *Risk*. – 1999. – Vol. 12, no. 12. – Pp. 61-63.
23. Amendment to capital accord to incorporate market risks (January 1996, updated to April 1998). – Basle Committee on Banking Supervision. – 1998. – 57 p. – Web: <http://www.bis.org>.
24. *Amihud, Y.* Asset pricing and the bid-ask spread / Y. Amihud, H. Mendelson // *Journal of Financial Economics*. – 1986. – Vol. 17. – Pp. 223-249.
25. *Amihud, Y.* Dealership market: market making with inventory / Y. Amihud, H. Mendelson // *Journal of Financial Economics*. – 1980. – Vol. 8. – Pp. 31-53.
26. *Anatolyev, S.* A trading approach to testing for predictability / S. Anatolyev, A. Gerko // *Journal of Business and Economic Statistics*. – 2005. – Vol. 23. – Pp. 455-461.
27. *Anatolyev, S.* Nonparametric retrospection and monitoring of predictability of financial returns / S. Anatolyev // *Working Paper # WP/2007/076* – Moscow, New Economic School, 2007. – 36 p.
28. *Angelidis, T.* Liquidity adjusted value-at-risk based on the components of the bid-ask spread / T. Angelidis, A. Benos // *Working Paper*, University of Piraeus. – 2005.
29. *Back, K.* Insider trading in continuous time / K. Back // *Review of Financial Studies*. – 1992. – Vol. 5, no. 3. – Pp. 387-409.
30. *Bagehot, W.* The only game in town / W. Bagehot // *Financial Analysts Journal*. – 1971. – Vol. 27. – Pp. 12-14.
31. *Bangia, A.* Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management / A. Bangia, F. Diebold, T. Schuermann, J. Stroughair // *Working Paper, University of Pennsylvania, The Wharton School*. – 1998. – 16 p.

32. *Barclay, M.* Stealth trading and volatility: Which trades move prices? / M. Barclay, J. Warner // *Journal of Financial Economics*. – 1993. – Vol. 34, no. 3. – Pp. 281-305.
33. *Barra.* Market impact model handbook / Barra Inc., Berteley, California, 1997.
34. *Berkowitz, J.* Incorporating liquidity risk into VaR models / J. Berkowitz // *Working Paper, University of California, Graduate School of Management*. – 2000.
35. *Bertsimas, D.* Optimal control of execution costs / D. Bertsimas, A. Lo // *Journal of Financial Markets*. – 1998. – Vol. 1, no. 1. – Pp. 1-50.
36. *Bertsimas, D.* Optimal control of execution costs for portfolios / D. Bertsimas, P. Hummel, A. Lo // *Computing in Science and Engineering*. – 1999. – Vol. 1, no. 6. – Pp. 40-53.
37. *Bervas, A.* Market liquidity and its incorporation into risk management / A. Bervas // *Financial Stability Review*. – 2006., No. 8. – Pp. 63-79.
38. *Biais, B.* An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris Bourse / B. Biais, P. Hillion, C. Spatt // *Journal of Finance*. – 1995. – Vol. 50, no. 5. – Pp. 1655-89.
39. *Black, F.* Pricing of options and corporate liabilities / F. Black, M. Scholes // *Journal of Political Economy*. – 1973. – Vol. 81, no. 3. – Pp. 637-654.
40. *Black, F.* Towards a fully automated exchange, part I / F. Black // *Financial Analysts Journal*. – 1971. – Vol. 27. – Pp. 29-34.
41. *Bollerslev, T.* ARCH modeling in finance: A selective review of the theory and empirical evidence / T. Bollerslev, R. Chou, K. Kroner // *Journal of Econometrics*. – 1992. – Vol. 52. – Pp. 5-59.
42. *Bondarenko, O.* Competing market makers, liquidity provision, and bid-ask spreads / O. Bondarenko // *Journal of Financial Markets*. – 2001. – Vol. 4, no. 3. – Pp. 269-308.

43. *Brennan, M.* Market microstructure and asset pricing: On the compensation for market illiquidity in stock returns / M. Brennan, A. Subrahmanyam // *Journal of Financial Economics*. – 1996. – Vol. 41. – Pp. 341-364.
44. *Butenko, S.* Optimal security liquidation algorithms / S. Butenko, A. Golodnikov, S. Uryasev // *Computational Optimization and Applications*. – 2005. – Vol. 32, no. 1-2. – Pp. 9-27.
45. *Chakravarty, S.* Stealth-trading: Which traders' trades move stock prices? / S. Chakravarty // *Journal of Financial Economics*. – 2001. – Vol. 61, no. 2. – Pp. 289-307.
46. *Chan, L.* The behavior of stock prices around institutional trades / L. Chan, J. Lakonishok // *Journal of Finance*. – 1995. – Vol. 50, no. 4. – Pp. 1147-1174.
47. *Chordia, T.* Commonality in liquidity / T. Chordia, R. Roll, A. Subrahmanyam // *Journal of Financial Economics*. – 2000. – Vol. 56. – Pp. 3-28.
48. *Chordia, T.* Market liquidity and trading activity / T. Chordia, R. Roll, A. Subrahmanyam // *Journal of Finance*. – 2001. – Vol. 56, no. 2. – Pp. 501-530.
49. *Christoffersen, P.* Horizon Problems and Extreme Events in Financial Risk Management / P. Christoffersen, F. Diebold, T. Schuermann // *Economic Policy Review, Federal Reserve Bank of New York*. – 1998. – Pp. 109-118.
50. *Cohen, K.* Transaction costs, order placement strategy, and existence of bid-ask spread / K. Cohen, S. Maier, R. Schwartz, D. Whitcomb // *Journal of Political Economy*. – 1981. – Vol. 89, no. 2. – Pp. 287-305.
51. *Cootner, P.* The random character of stock market prices / P. Cootner. - Cambridge: MIT Press, 1964.

52. Copeland, T. Information effects on the bid-ask spread / T. Copeland, D. Galai // *Journal of Finance*. – 1983. – Vol. 38. – Pp. 1457-1469.
53. Cosandey D. Adjusting value at risk for market liquidity / D. Cosandey // *Risk*. – 2001. – Pp. 115-118.
54. Coval, J. Asset fire sales (and purchases) in equity markets / J. Coval, E. Stafford // *Journal of Financial Economics*. – 2007. – Vol. 86, no. 2. – Pp. 479-512.
55. Crouhy M. Risk management / M. Crouhy, D. Galai, R. Mark. – New York: McGraw-Hill, 2001. – 717 p.
56. Dacorogna, M. Extremal forex returns in extremely large data sets / M. Dacorogna, U. Müller, O. Pictet, C. de Vries // *Working Paper, Olsen World*. – 1998. – 49 p.
57. Dacorogna, M. An introduction to high-frequency finance / M. Dacorogna, R. Gençay, U. Müller, R. Olsen, O. Pictet. – San Diego, CA: Academic Press, 2001. – 383 p.
58. Demsetz, H. The cost of transacting / H. Demsetz // *Quarterly Journal of Economics*. – 1968. – Vol. 82. – Pp. 33-53.
59. Diebold, F. Scale models / F. Diebold, A. Hickman, A. Inoue, T. Schuermann // *Risk*. – 1998. – Vol. 11, no. 1. – Pp. 104-107.
60. Diebold, F. Converting 1-Day Volatility to h-Day Volatility: Scaling by \sqrt{t} is Worse than You Think // F. Diebold, A. Hickman, A. Inoue, T. Schuermann // *Working Paper, University of Pennsylvania, The Wharton School* – 1997. – 16 p.
61. Domowitz, I. Global equity trading costs / I. Domowitz, J. Glen, A. Madhavan // *Working Paper, ITG Inc.* – 2001. – 14 p.
62. Dubil, R. Optimal liquidation of large security holdings in thin markets / R. Dubil // In *Research in International Entrepreneurial Finance and Business Ventures at the Turn of the Third Millennium*. – 2002.

63. *Easley, D.* Price, trade size, and information in securities markets / D. Easley, M. O'Hara // *Journal of Financial Economics*. – 1987. – Vol. 19. – Pp. 69-90.
64. *Engle, R.* Execution risk / R. Engle, R. Ferstenberg // *Journal of Portfolio Management*. – 2007. – Vol. 33, no. 2. – Pp. 34-44.
65. *Erzegovesi, L.* VaR and liquidity risk. Impact on market behaviour and measurement issues / L. Erzegovesi // Technical Report ALEA. – 2002.
66. *Fama, E.* Efficient capital markets: A review of theory and empirical work / E. Fama // *Journal of Finance*. – 1970. – Vol. 25. – Pp. 383-417.
67. *Fama, E.* The behaviour of stock market prices / E. Fama // *Journal of Business*. – 1965. – Vol. 38. – Pp. 34-105.
68. *Farmer, J.* What really causes large price changes? / J. Farmer, L. Gillemot, F. Lillo, S. Mike, A. Sen // *Quantitative Finance*. – 2004. – Vol. 4. – Pp. 383-397.
69. *Foster, F.* Strategic trading when agents forecast the forecasts of others / F. Foster, S. Viswanathan // *Journal of Finance*. – 1996. – Vol. 51, no. 4. – Pp. 1437-1478.
70. *François-Heude, A.* Intergrating liquidity risk in a parametric intraday VaR Framework / A. François-Heude, P. Van Wynendaele // *Discussion Paper, University of Perpignan, 7th Belgian Financial Research Forum, Liege*. – 2002.
71. *Garbade, K.* Structural organization of secondary markets: clearing frequency, dealer activity and liquidity risk / K. Garbade, W. Silber // *Journal of Finance*. – 1979. – Vol. 34. – Pp. 577-593.
72. *Garman, M.* Market microstructure / M. Garman // *Journal of Finance*. – 1976. – Vol. 3, no. 2. – Pp. 257-275.
73. *Glosten, L.* Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders / L. Glosten, P. Milgrom // *Journal of Financial Economics*. – 1985. – Vol. 14. – Pp. 71-100.

74. *Gomber, P.* The market impact – liquidity measure in electronic securities trading / P. Gomber, U. Schweickert . – *Deutsche Börse AG, Xetra Research*, 2002. – 8 p. – Web: <http://deutsche-boerse.com>
75. *Grossman, S.* Liquidity and market structure / S. Grossman, M. Miller // *Journal of Finance*. – 1988. – Vol. 43, no. 3. – Pp. 617-637.
76. *Harris, L.* Price and volume effects associated with changes in the S&P 500 list: New evidence for the existence of price pressures / L. Harris, E. Gurel // *Journal of Finance*. – 1986. – Vol. 41, no. 4. – Pp. 815-829.
77. *Harris, L.* Trading and exchanges: market microstructure for practitioners / L. Harris. – New York: Oxford University Press, 2002. – 656 p.
78. *Hasbrouck, J.* Common factors in prices, order flows and liquidity/ J. Hasbrouck, D. Seppi // *Journal of Financial Economics*. – 2001. – Vol. 59. – Pp. 383-411.
79. *Hisata, Y.* Research toward the practical application of liquidity risk evaluation methods / Y. Hisata, Y. Yamai // *Monetary and Economic Studies*. – 2000. – Vol. 18, no. 2. – Pp. 83-127.
80. *Holden, C.* Long-lived private information and imperfect competition / C. Holden, A. Subrahmanyam // *Journal of Finance*. – 1992. – Vol. 47. – Pp. 247-270.
81. *Holthausen, R.* Large-block transactions, the speed of response, and temporary and permanent stock-price effects. / R. Holthausen, R. Leftwich, D. Mayers // *Journal of Financial Economics*. – 1990. – Vol. 26, no. 1. – Pp. 71-95.
82. *Holthausen, R.* The effect of large block transactions on security prices: A cross-sectional analysis / R. Holthausen, R. Leftwich, D. Mayers // *Journal of Financial Economics*. – 1987. – Vol. 19, no. 2. – Pp. 237-267.
83. *Huang, R.* The components of the bid-ask spread: A general approach / R. Huang, H. Stoll // *Review of Financial Studies*. – 1997. – Vol. 10. – Pp. 995-1034.

84. Huberman, G. Optimal liquidity trading / G. Huberman, W. Stanzl // *Review of Finance*. – 2005. – Vol. 9, no. 2. – Pp. 165-200.
85. Huberman, G. Systematic liquidity / G. Huberman, D. Halka // *Journal of Financial Research*. – 2001. – Vol. 24. – Pp. 161-178.
86. Jacoby, G. The capital asset pricing model and the liquidity effect: A theoretical approach / G. Jacoby, D. Fowler, A. Gottesman // *Journal of Financial Markets*. – 2000. – Vol. 3. – Pp. 69-81.
87. Jarrow, R. Mopping up liquidity / R. Jarrow, A. Subramanian // *Risk*. – 1997. – Vol. 10, no. 12. – Pp. 170-173.
88. Jarrow, R. The liquidity discount / R. Jarrow, A. Subramanian // *Mathematical Finance*. – 2001. – Vol. 11, no. 4. – Pp. 447-474.
89. Jorion, P. Risk management lessons from Long-Term Capital Management / P. Jorion // *European Financial Management*. – 2000. – Vol. 6. – Pp. 277-300.
90. Jorion, P. Value-at-risk: the new benchmark for managing financial risk / P. Jorion. – New York: McGraw-Hill, 3rd ed. 2007. – 602 p.
91. Kavajecz, K. A specialist's quoted depth and the limit order book / K. Kavajecz // *Journal of Finance*. – 1999. – Vol. 54, no. 2. – Pp. 747-771.
92. Kempf, A. Market depth and order size / A. Kempf, O. Korn // *Journal of Financial Markets*, 1999. – Vol. 2, no. 1. – Pp. 29-48.
93. Kimeldorf, G. Spline Functions and Stochastic Processes / G. Kimeldorf, G. Wahba // *The Indian Journal of Statistics*. – 1970. – Series A, vol.32, no 2. – Pp. 173-180.
94. Kissell, R. Algorithmic Decision Making Framework / R. Kissell // *Journal of Trading*. – 2006. – Vol. 1. – Pp. 12-21.
95. Kissell, R. Understanding the profit and loss distribution of trading algorithms / R. Kissel, R. Malamut // *Algorithmic Trading: Precision, Control, Execution*. – 2005.
96. Konishi, H. Optimal slice of a block trade / H. Konishi, N. Makimoto //

- Journal of Risk.* – 2001. – Vol. 3, no. 4. – Pp. 33-51.
97. Koski, J. Prices, liquidity and the information content of trades / J. Koski, R. Michaely // *Review of Financial Studies.* – 2000. – Vol. 13. – Pp. 659-696.
98. Kraus, A. Price impacts of block trading on the New York Stock Exchange / A. Kraus, H. Stoll // *Journal of Finance.* – 1972. – Vol. 27, no. 3. – Pp. 569-588.
99. Kreps, D. Sequential equilibria / D. Kreps, R. Wilson // *Econometrica.* – 1982. – Vol. 50. – Pp. 863-894.
100. Kyle, A. Continuous auctions and insider trading / A. Kyle // *Econometrica.* – 1985. – Vol. 53. – Pp. 1315-1336.
101. Large, J. Measuring the resiliency of an electronic limit order book / J. Large // *Journal of Financial Markets.* – 2007. – Vol. 10. – Pp. 1-25.
102. Lawrence, C. Liquidity, dynamic hedging and value at risk / C. Lawrence, G. Robinson // *Risk Management for Financial Institutions.* – 1997. – Pp. 63-72.
103. Le Saout, E. Incorporating liquidity risk in VaR models / E. Le Saout // *Working Paper, University of Rennes.* – 2000.
104. Lillo, F. Econophysics: Master curve for price-impact function / F. Lillo, J. Farmer, R. Mantegna // *Nature.* – 2003. – Vol. 421. – Pp. 129-130.
105. Lintner, J. Security prices, risk, and maximal gains from diversification / J. Lintner // *Journal of Finance.* – 1965. – Vol. 20, no. 4. – Pp. 587-615.
106. Lintner, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets / J. Lintner // *The Review of Economics and Statistics.* – 1965. – Vol. 47, no. 1. – Pp. 13-39.
107. Lippman, S. An operational measure of liquidity / S. Lippman, J. McCall // *American Economic Review.* – 1986. – Vol. 76. – Pp. 43-55.

108. *Loeb, T.* Trading cost: The critical link between investment information and results / T. Loeb // *Financial Analysts Journal*. – 1983. – Vol. 39, no. 3. – Pp. 39-44.
109. *Macey, J.* The law and economics of best execution / J. Macey, M. O’Hara // *Journal of Financial Intermediation*. – 1997. – Vol. 6. – Pp. 188-223.
110. *Madhavan, A.* Trading mechanisms in securities markets / A. Madhavan // *Journal of Finance*. – 1992. – Vol. 47. – Pp. 607-641.
111. Market liquidity: research findings and selected policy implications. – Bank for International Settlements – Monetary and Economic Department, Committee on the Global Financial System, 1999.
112. *Markowitz, H.* Portfolio selection / H. Markowitz // *Journal of Finance*. – 1952. – Vol. 7, no. 1. – Pp. 77-91.
113. *Mönch, B.* Optimal liquidation strategies / B. Mönch // *EFMA 2004 Basel Meetings Paper*. – 2004.
114. *Moore, A.* A statistical analysis of common stock prices / A. Moore // *PhD thesis, Graduate School of Business, University of Chicago*. – 1962.
115. *Mossin, J.* Equilibrium in a Capital Asset Market / J. Mossin // *Econometrica*. – 1966. – Vol. 34, no. 4. – Pp. 768-783.
116. *Muranaga, J.* Expectations and market microstructure when liquidity is lost / J. Muranaga, T. Shimizu // Discussion Paper No. 99-E-15, Bank of Japan, Institute for Monetary and Economic Studies. – 1999. – 29 p.
117. *Niederhoffer, V.* Market making and reversal on the stock exchange / V. Niederhoffer, M. Osborne // *Journal of the American Statistical Association*. – 1964. – Vol. 61. – Pp. 897-916.
118. *Obizhaeva, A.* Information vs. liquidity: Evidence from portfolio transition trades / A. Obizhaeva // *Working paper, University of Maryland* – 2007.

119. *Obizhaeva, A.* Optimal trading strategy and supply/demand dynamics / A. Obizhaeva, J. Wang // NBER Working Paper No. 11444. – 2005.
120. *Perold, A.* The implementation shortfall: Paper versus reality / A. Perold // *Journal of Portfolio Management.* – 1988. – Vol. 14. – Pp. 4-9.
121. *Reilly, F.* Investment analysis and portfolio management / F. Reilly, K. Brown. – Fort Worth, TX: Dryden Press, 6th ed. 2000. – 1242 p.
122. *Roll R.* A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market / R. Roll // *Journal of Finance.* – 1984. – Vol. 39. – Pp. 1127-1140.
123. *Samuelson, P.* Rational theory of warrant pricing / P. Samuelson // *Industrial Management Review.* – 1965. – Vol. 6. – Pp. 13-32.
124. *Sarr, A.* 2002, Measuring liquidity in financial markets / A. Sarr, T. Lybek // *IMF Working Paper.* – 2002. – 64 p.
125. *Schied, A.* Risk aversion and the dynamics of optimal liquidation strategies in illiquid markets / A. Schied, T. Schoneborn // *Finance Stoch.* – 2009. – Vol. 13. – Pp. 181-204.
126. *Sharpe, W.* Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk / W. Sharpe // *Journal of Finance.* – 1964. – Vol. 19, no. 3. – Pp. 425-442.
127. *Stange, S.,* Market liquidity risk: An overview / S. Stange, C. Kaserer // CEFS Working Paper. – 2009. – 37 p.
128. *Stoll, H.* Friction / H. Stoll // *Journal of Finance.* – 2000. – Vol. 55, no. 4. – Pp. 1479-1514.
129. *Stoll, H.* The supply of dealer services in securities markets / H. Stoll // *Journal of Finance.* – 1978. – Vol. 33. – Pp. 1133-1151.
130. *Till, H.* EDHEC comments on the Amaranth case: Early lessons from the debacle / H. Till // *EDHEC Comments.* – 2006.
131. *Treynor, J.* Information-based investing / J. Treynor // *Financial Analysts Journal.* – 1989. – Vol. 45, no. 3 – Pp. 6-7.

132. *Treynor, J.* What does it take to win the trading game? / J. Treynor // *Financial Analysts Journal*. – 1981. – Vol. 37. – Pp. 55-60.
133. *Wagner, W.* Best execution / W. Wagner, M. Edwards // *Financial Analysts Journal*. – 1993. – Vol. 49. – Pp. 65-71.
134. *Wahba, G.* Spline Models for Observational Data / G. Wahba. - Philadelphia: SIAM, 1990. – XII+169 p.

Приложение А. Подготовка систематизированных данных для проведения эмпирических исследований

Очевидно, для оценки аспектов ликвидности, оказывающих влияние на ликвидацию портфеля, требуются внутрисуточные (*intraday*) данные по торговле. Кроме того, только данных по сделкам не достаточно для анализа, так как требуется еще наличие полной информации о выставленных и снятых в торговой системе заявках. Например, для оценки бид-аск спреда как показателя «сжатости» нужны данные о двух самых лучших заявках на покупку и продажу. Что касается оценки глубины рынка, то в этом случае уже требуется знание всех выставленных лимитированных заявок в определенный момент времени. Для оценки релаксации данные о выставленных и снятых заявках нужно особым образом подготовить, чтобы иметь возможность выделить шоки ликвидности и события, приводящие к возвращению рынка в нормальное «досделочное» состояние. В последнем случае требуется уточнение классификатора рыночных событий на основе информации о выставленных котировках и совершенных сделках.

Данные, на которых проведены расчеты - это реальные данные о ходе торгов акциями на ММВБ за период с января 2006 г. по ноябрь 2007 г., которые насчитывают свыше 700 дней по более 700 акциям. Среди данных акций встречаются как неактивно торгуемые бумаги, так и достаточно ликвидные, по которым часто происходит несколько сделок в секунду с разными контрагентами.

А.1 Создание базы данных о ходе торгов акциями на ММВБ

Для информационного обеспечения разработки подхода к определению рациональной стратегии ликвидации портфеля и последующего построения на его основе СППР была создана база данных, со-

держащая информацию о ходе торгов акциями на Московской межбанковской валютной бирже (ММВБ).

В моем распоряжении были данные о ходе торгов в одном из режимов проведения торгов на Фондовой бирже ММВБ, а именно – в режиме основных торгов. Как описано в «Правилах проведения торгов по ценным бумагам в Закрытом акционерном обществе «Фондовая биржа ММВБ» (далее – Правила)» [10], режим основных торгов состоит из следующих периодов: предторгового периода, торгового периода и послеторгового периода (пункт 14.1 Правил).

В предторговом периоде в Систему торгов подаются только лимитные заявки. На основании поданных в предторговый период заявок по каждой ценной бумаге на момент окончания данного периода происходит определение цены предторгового периода, обеспечивающей заключение сделок с наибольшим количеством ценных бумаг, являющихся предметом этих сделок (см. пункт 14.2 Правил).

В основу механизма торговли в ходе торгового периода заложен изложенный в главе 1 принцип "Order driven market" — рынок конкурирующих между собой заявок, при котором сделка заключается автоматически при пересечении условий во встречных анонимных заявок (см. пункт 14.3 Правил).

В послеторговый период происходит сбор заявок Участников торгов и заключение сделок по средневзвешенной цене, определяемой в течение последних 30 минут торговой сессии. При отсутствии в течение последних 30 минут торговой сессии сделок с данной ценной бумагой в качестве цены послеторгового периода используется средневзвешенная цена данной ценной бумаги, в случае отсутствия сделок по данной ценной бумаге цена послеторгового периода не рассчитывается (см. пункт 14.4 Правил).

Созданная на основе СУБД Microsoft SQL Server 2005 база данных содержит:

- Информацию обо всех заявках на покупку и продажу акций, выставленных на Московской межбанковской валютной бирже за период с января 2006 по декабрь 2007.
- Информацию обо всех сделках по акциям, заключенных на ММВБ за тот же период.
- Вспомогательную информацию, в первую очередь описание 708 акций, присутствующих в базе, включающем их тиккер на бирже или ISIN, а также другую справочную информацию.

Информация о заявках содержит в себе:

- уникальный номер заявки в Системе ММВБ;
- дату и время (с точностью до секунды) ввода заявки;
- идентификационный номер акции, по которой была выставлена заявка;
- направление заявки (на покупку или продажу);
- цену заявки;
- объем заявки;
- изменение статуса заявки с указанием времени, когда оно произошло (полное или частичное исполнение, отмена пользователем или системой).

Информация позволяет построить полную картину происходящего на рынке за исключением определения инициатора каждой из котировок, что, очевидно, является конфиденциальной информацией, не подлежащей раскрытию. Общее количество записей такого рода в базе данных - 160 115 507.

Информация о заключенных сделках содержит в себе:

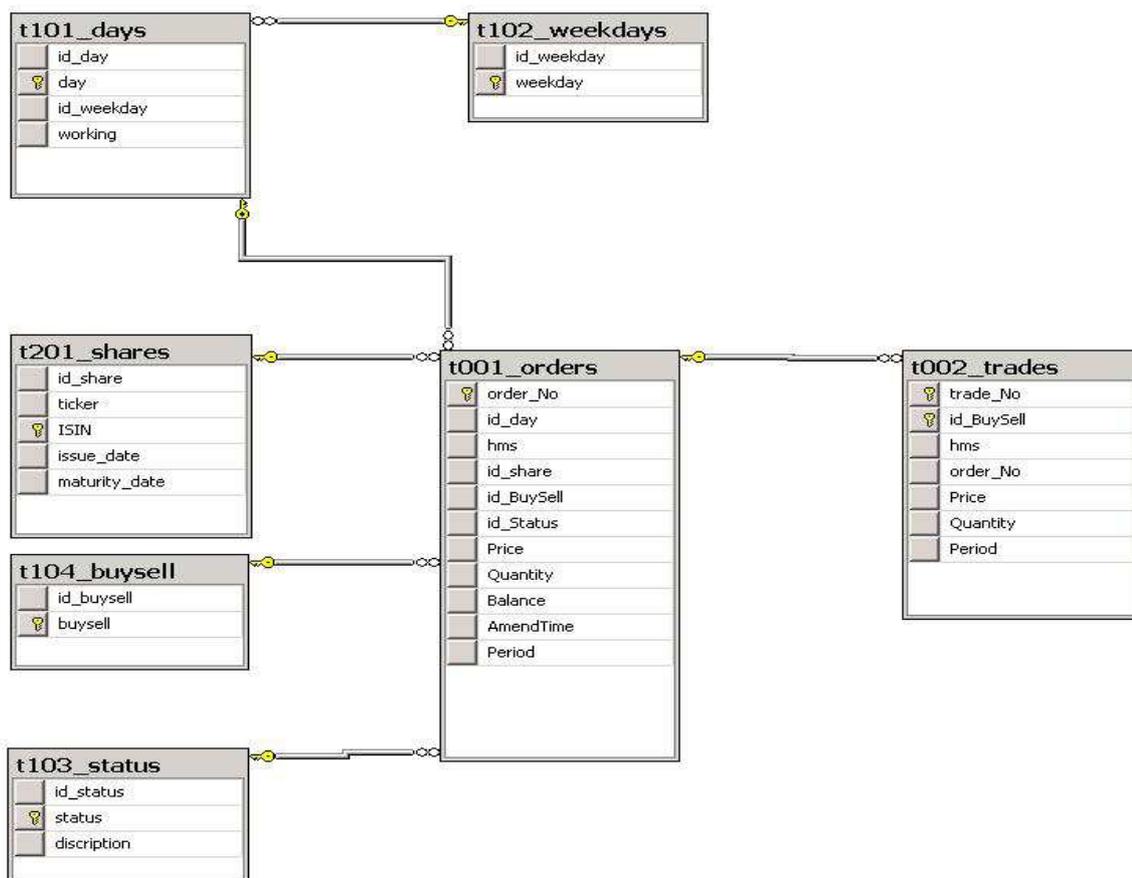
- уникальный номер сделки в Системе ММВБ;
- время исполнения сделки (с точностью до секунды);
- информацию о том, какие котировки (с указанием их уникальных номеров) участвовали в исполнении этой сделки;
- цена, по которой была заключена сделка;
- объём сделки.

Указание даты совершения сделки и номера акции при наличии номера котировок является избыточной информацией. С целью экономии соответствующие поля в итоговой таблице базы данных представлены не были. Информация о сделках, наряду с полным списком выставленных заявок, позволяет получить полную картину происшедшего на рынке в тот или иной момент времени. Общее количество записей о сделках - 151 022 856. Большое количество записей объясняется тем, что сделки, совершенные с одной крупной заявкой с одной стороны и несколькими более мелкими с другой учитываются отдельно.

Структура базы данных приведена на Рис. А.1. С целью обеспечения вычислительной эффективности работы были созданы вспомогательные таблицы, содержащие предназначенные значения агрегатов (средних объёмов и количества сделок и котировок за день и др.).

А.2 Репликация книги лимитированных заявок

Для целей исследования в первую очередь на основании имеющихся данных было разработано программное приложение, позволяющее произвести репликацию книги лимитированных заявок. В основу этого приложения был положен алгоритм, описанный К. Каважечем [91]. Данный алгоритм разбивает процесс восстановления книги лимитированных заявок на 4 шага.



Основные таблицы - *t001_orders*, содержащая информацию о выставленных котировках, и *t002_trades*, содержащая информацию обо всех заключенных сделках. Остальные таблицы содержат справочную информацию. Вспомогательные таблицы, используемые для загрузки данных и хранения агрегированных результатов, не показаны.

Рис. А.1 - Структура базы данных, содержащей информацию о ходе торгов акциями на ММВБ.

На первом шаге отбираются все действующие лимитированные заявки на момент начала набора данных t_0 , которые не были исполнены или отменены. В случае ММВБ нет необходимости выявлять заявки, выставленные до начального момента отсчета, так как в силу особенностей организации торговой сессии все действующие заявки в конце дня снимаются системой. В нашем случае достаточно сформировать начальную книгу лимитированных заявок (*prebook* в терминологии К. Каважеча [91]) в момент начала торгов за каждый из доступных дней.

На втором шаге происходит добавление в начальную книгу заявок, выставленных до определенного момента времени t_1 включительно. Таким несложным образом можно получить множество всех выставленных заявок с момента формирования начальной книги по указанный момент времени t_1 .

На третьем шаге происходит исключение из полученного множества всех заявок, которые получили полное или частичное исполнение за период времени с t_0 по t_1 . Как было показано в предыдущем параграфе, база данных, имеющаяся в моем распоряжении, позволяет для каждой совершенной сделки идентифицировать заявки на покупку и продажу, «смычка» которых и привела к заключению сделки. В результате, после третьего шага в множестве заявок остаются неисполненные заявки или заявки, исполненные частично.

На четвертом, заключительном, шаге по процедуре, схожей с описанной на третьем шаге, отсеиваются из имеющегося множества заявок все отмененные пользователем или системой заявки. В итоге получается снимок (*snapshot*) книги лимитированных заявок на момент времени t_1 . Восстановленная таким образом книга лимитированных заявок далее может быть использована на первом шаге как начальная книга для репликации книги в следующий момент времени t_2 и т.д.

На основании полученной из данных информации о книге лимитированных заявок было произведено восстановление процесса торговли, пример визуализации которого продемонстрирован на Рис. А.2.

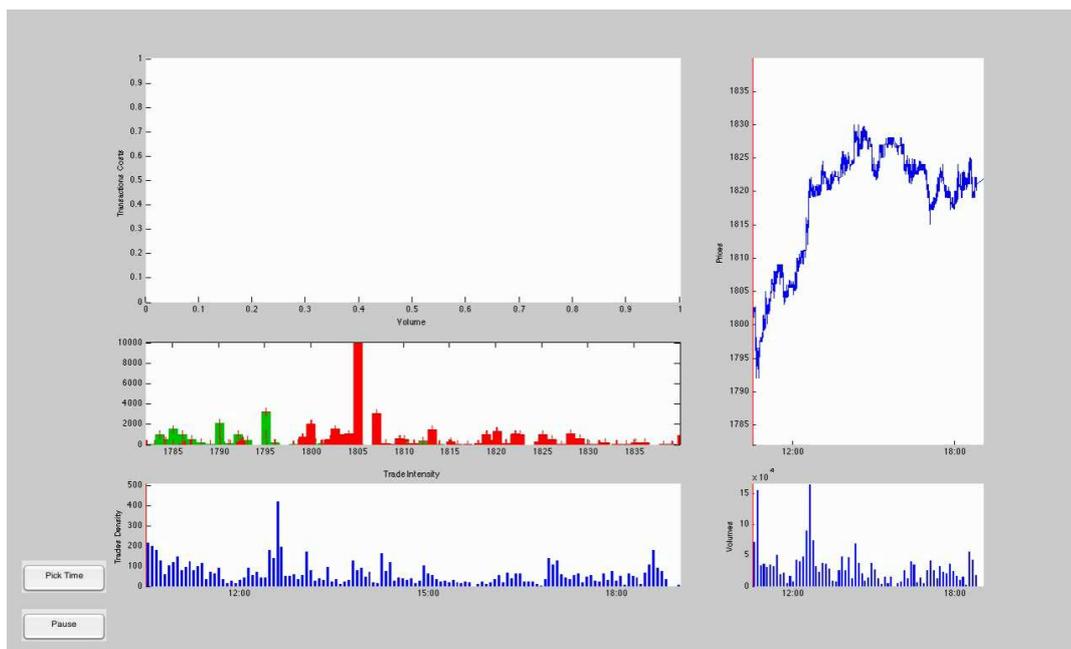


Рис. А.2 - Процесс торговли.

А.3 Построение классификатора рыночных событий на основе информации о выставленных котировках и совершенных сделках

Для целей последующего моделирования релаксации потребовалось провести для каждого момента времени разбиение всех выставленных в книге заявок на десять типов заявок, исчерпывающее описание которых представлено в таблице А.1.

Таблица А.1 - Типы событий.

№	Покупка (B) или продажа (S)	Тип заявки	Сдвиг лучшей цены	Описание события
1	B	MO	Да	Рыночная заявка на покупку, которая сдвигает лучшую цену на продажу (ask)
2	S	MO	Да	Рыночная заявка на продажу, которая сдвигает лучшую цену на покупку (bid)
3	B	LO	Да	Лимитированная заявка на покупку, которая выставляется между текущими лучшими ценами покупки и продажи
4	S	LO	Да	Лимитированная заявка на продажу, которая выставляется между текущими лучшими ценами покупки и продажи

Продолжение таблицы А.1

5	B	MO	Нет	Рыночная заявка на покупку, которая не сдвигает лучшую цену на продажу (ask)
6	S	MO	Нет	Рыночная заявка на продажу, которая не сдвигает лучшую цену на покупку (bid)
7	B	LO	Нет	Лимитированная заявка на покупку, которая выставляется по цене, равной или меньшей, чем текущая лучшая цена покупки (bid)
8	S	LO	Нет	Лимитированная заявка на продажу, которая выставляется по цене, равной или большей, чем текущая лучшая цена продажи (ask)
9	B	Нет	Нет	Отмененные лимитированные заявки на покупку
10	S	Нет	Нет	Отмененные лимитированные заявки на продажу

Примечания:

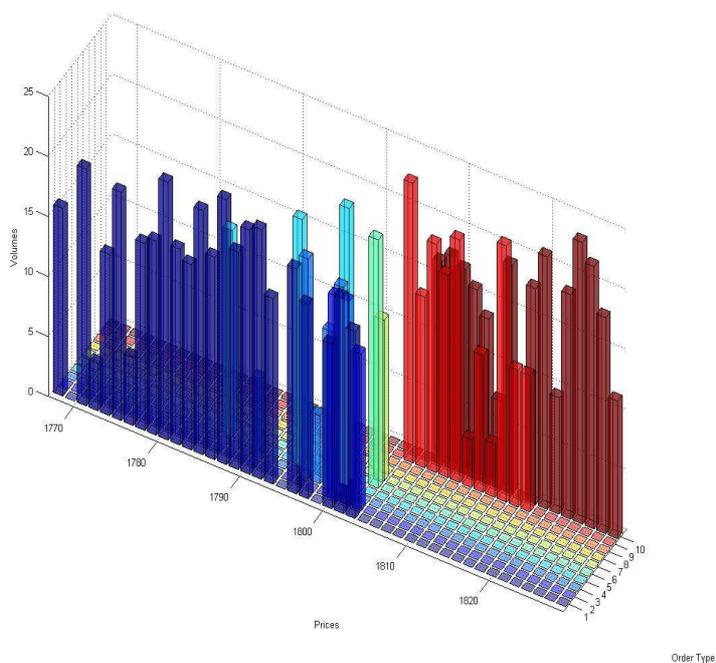
1 MO – обозначение для рыночной заявки (market order), которая подразумевает немедленное исполнение по преобладающей на рынке цене.

2 LO – обозначение для лимитированной заявки (limit order), которая может быть исполнена лишь по достижении заранее определенного значения цены.

Данный классификатор представляет собой, по сути, уточнение классификатора событий, предложенного Б. Бийо и др. в [38]. В настоящем виде он был предложен впервые Дж. Ларджем в [101]. Использование классификатора позволяет выделить события, как приводящие к возмущению системы, так и способствующие ее восстановлению. События первого и второго типа приводят к расширению бид-аск спреда, так как последующая котировка на покупку или на продажу уходит вглубь книги лимитированных заявок после исполнения рыночной заявки на покупку (продажу), которая сдвигает лучшую цену на продажу (покупку). Следовательно, события 1 и 2 можно охарактеризовать как шоки ликвидности. В теории (например, в предложенном А. Кайлом [100] определении релаксации рынка), если возмущение было спровоцировано неинформационным шоком, то бид-аск спред должен вернуться в нормальное «досделочное» состояние через какой-то период времени, что собственно и описывается таким

аспектом ликвидности, как релаксация рынка (см. определение в главе 1). Сужение бид-аск спреда до «досделочного» состояние может быть достигнуто только путем эмиссии новых лимитированных заявок на покупку (продажу), которые выставляются между текущими лучшими ценами покупки и продажи. Под данное описание подпадают события 3 и 4.

Реализация данного классификатора рыночных событий на практике (визуализацию классификатора можно посмотреть на Рис. А.3) потребовала преобразования данных в новый формат, которое сопровождалось серьезными техническими сложностями.



Примечания:

1 Объем представлен в логарифмическом масштабе.

2 Агрегирование произведено по ценовой шкале.

Рис. А.3 - Процесс торговли (с учетом разбиения заявок на 10 типов).

Во-первых, проблемы появились уже на стадии вычисления актуального состояния заявок, что связано с активностью торговли той или иной акцией. На бирже ММВБ минимально различимое время совершения сделок составляет одну секунду. В случае достаточно ликвидного актива в одну секунду могут одновременно происходить

сделки с участием разных заявок, причем как на покупку, так и на продажу. Кроме того, в это же время (в данную секунду) участники рынка могут выставлять и снимать свои заявки. При учете всех этих ситуаций трудность решаемой задачи возрастает в несколько раз.

Во-вторых, объем сохраняемой информации вырос более чем в 100 раз по сравнению с исходными данными. Кроме того, новая структура данных получалась настолько громоздкой для активно торгуемых акций, что занимала всю оперативную память, что в свою очередь сильно замедляло проведение расчетов.

В-третьих, появилась проблема с недостаточной скоростью вычислительного процесса. В среднем на настольном компьютере можно насчитать требуемые статистические данные для одного актива, описывающие один торговый день, примерно за 10 минут. Одним из способов ускорения вычислительного процесса является использование параллельных или распределенных вычислений. На системе Hewlett Packard BladeSystem c3000 был настроен MATLAB Distributed Computing Server. Для организации распределенных вычислений было разработано специальное программное приложение на базе данного модуля MATLAB. Развертывание этого программного приложения на сервере позволило ускорить получение результатов для всех данных примерно в 15 раз.

Приложение Б. Анализ эмпирических свойств динамики функции трансакционных издержек

Как было показано выше, функция трансакционных издержек $\theta(t, v)$ допускает малопараметрическую аппроксимацию вида

$$\theta(t, v) = a(t)v^3 + b(t)v^2. \quad (\text{Б.1})$$

Можно непосредственно показать, что статический снимок функции действительно имеет схожую форму везде, кроме дальнего хвоста (сверхбольшие объемы) и иногда небольшой области в начале книги лимитированных заявок (малые объемы в районе лучших котировок на покупку и продажу). Первым недостатком можно пренебречь, так как эффекты хвоста проявятся при реализации очень большого объема (более половины всего объема книги заявок). Такие сделки происходят крайне редко, требуют особого внимания и не должны опираться на приблизительную аппроксимацию, поскольку любая погрешность приближения на столь больших объемах приведет к значительным абсолютным трансакционным издержкам. Погрешность ближнего конца книги заявок также допустима, так как не приводит к существенным издержкам. Кроме того в районе лучших цен спроса и предложения активность рынка достаточно велика, поэтому существенно влияние случайных флуктуаций, которые приводят к изменению издержек на малых объемах, что сводит на нет какую-либо малопараметрическую аппроксимацию.

Для корректной постановки задачи о ликвидации портфеля важным вопросом является динамика коэффициентов $a(t)$ и $b(t)$. Исходя из физического смысла функции издержек, предполагаем следующее:

- $a(t)$ и $b(t)$ являются случайными диффузионными процессами. Это объясняется наличием на рынке большого числа участников, выставяющих/снимающих (согласно нашей интерпретации)

заявки со случайными параметрами (цена, объем) независимо друг от друга;

- $a(t)$ и $b(t)$ являются стационарными процессами в силу стационарности рынка на рассматриваемом интервале времени (основное предположение всего подхода);
- $a(t)$ и $b(t)$ обладают непрерывными траекториями. Это требование вытекает из предположения, что за бесконечно малый промежуток времени функция издержек может измениться лишь бесконечно мало (непрерывна по времени). Потеря непрерывности означала бы, что за бесконечно малый промежуток времени поступило и было обработано очень большое число заявок с большим суммарным объемом. На практике такого не встречается, если не считать случаев кризиса и паники на рынке. Но, как было заявлено выше, вся модель работает только для стационарной среды, поэтому такие ситуации не учитываются.
- $a(t)$ и $b(t)$ являются марковскими процессами. Если брать данные с не очень большой частотой (с поправкой на микроструктурный шум), то функция издержек будет «забывать» свое прошлое и значение в следующий момент будет зависеть в основном от значения в предыдущий. Графики автокорреляционной функции коэффициентов подтверждают это предположение.
- $a(t)$ и $b(t)$ являются гауссовскими процессами. Это предположение необоснованно и требует подтверждения на реальных данных. В данном случае оно введено для простоты.

Известно, что единственным нетривиальным стационарным, марковским, гауссовским процессом является процесс Орнштейна-

Уленбека. Одним из свойств данного процесса является непрерывность траекторий. Таким образом, при сделанных предположениях процессы $a(t)$ и $b(t)$ обязаны быть процессами Орнштейна-Уленбека. Аналогом данного процесса в дискретном времени является процесс авторегрессии первого порядка AR(1). Таким образом, предлагается задавать динамику коэффициентов функции издержек уравнениями вида:

$$\begin{aligned} a(t) &= \alpha a(t-1) + \sigma_a \xi_t, \\ b(t) &= \beta b(t-1) + \sigma_b \eta_t. \end{aligned} \tag{Б.2}$$

Было замечено, что процессы $a(t)$ и $b(t)$ не являются независимыми, т.е. $(\xi_t, \eta_t) \neq 0$. Более того, во многих случаях корреляция рядов достигает порядка 0,7-0,9, что наводит на мысль о линейной зависимости коэффициентов, хотя бы в некотором приближении. Можно математически обосновать наличие линейной зависимости коэффициентов, а также показать, в каких случаях зависимость проявляется в большей степени. Данный вывод имеет важное практическое значение, так как позволяет снизить количество источников шума и, следовательно, число оцениваемых параметров. С микроструктурной точки зрения, можно говорить, что во многих случаях на динамику функции транзакционных издержек влияет один случайный фактор. На Рис. Б.1 и Рис. Б.2 приведены части траектории процессов $a(t)$ и $b(t)$ внутри одного торгового дня для акций ОАО «Лукойл», а также кросс-корреляция рядов на этом периоде. На данном примере можно наглядно убедиться в практически линейной зависимости $a(t)$ и $b(t)$.

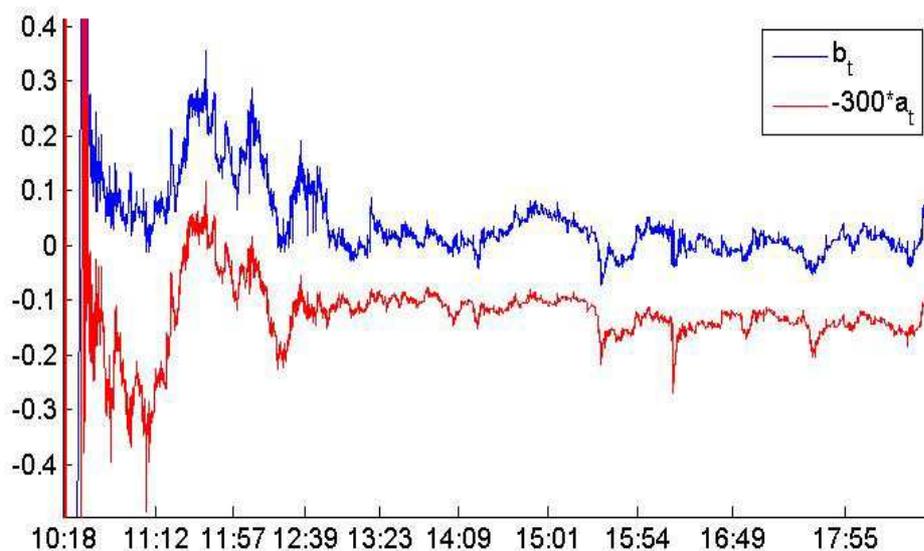


Рис. Б.1 – Пример траектории процессов $a(t)$ и $b(t)$ для акций ОАО «Лукойл».

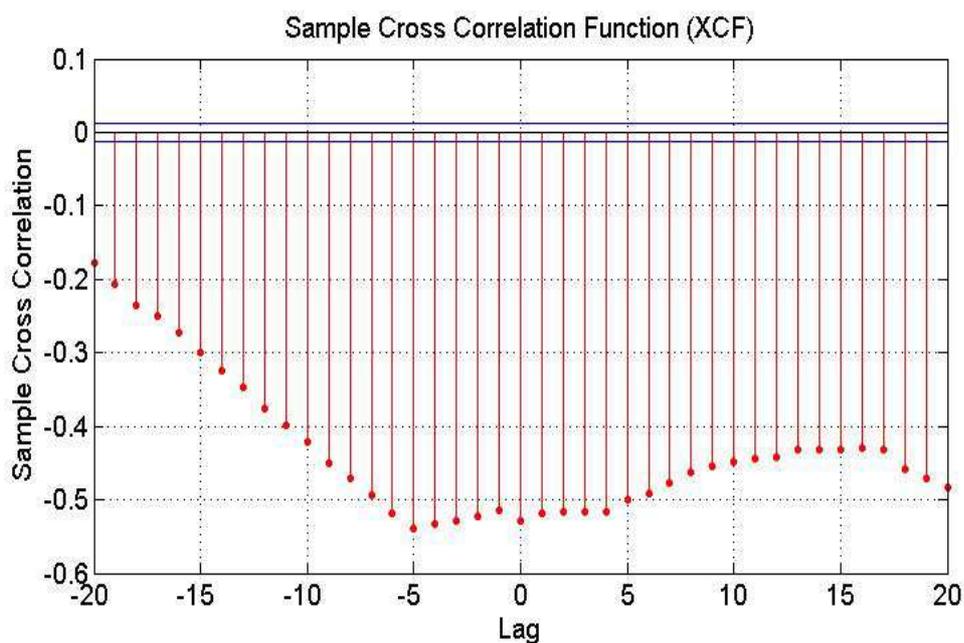


Рис. Б.2 – Кросскорреляция $a(t)$ и $b(t)$ для акций ОАО «Лукойл».

Прежде чем перейти к исследованию динамики функции издержек, рассмотрим более точную с микроструктурной точки зрения параметризацию функции издержек, обобщающую (Б.1). Все полученные результаты сохраняются для обеих форм.

Для задачи рациональной ликвидации портфеля достаточно параметризации вида (Б.1), но при более детальном микроструктурном исследовании она может оказаться неподходящей. Для дальнейших рассуждений вводится функция $\pi(t, v)$, равная издержкам при покупке/продаже дополнительной единицы товара при условии, что уже реализован объем v (рассматриваемые сделки происходят в один момент времени, т.е. берется статический снимок книги лимитированных заявок). Пусть, например, в момент t_0 доступны заявки на продажу, представленные в таблице Б.1.

Таблица Б.1 - Заявки на продажу.

Цена	Объем
\$100.5	30
\$101.0	50
\$101.7	100
...	...

Рыночной ценой считается \$100. В таком случае $\pi(t_0, 29) = \$0.5$; $\pi(t_0, 30) = \$1$; $\pi(t_0, 90) = \$1.7$ и т.д. Данная функция связана с функцией транзакционных издержек:

$$\pi(t, v) = \frac{\partial \theta}{\partial v}(t, v), \quad \theta(t, v) = \int_0^v \pi(t, s) ds. \quad (\text{Б.3})$$

Из физического смысла $\pi(t, v)$ следует, что, как функция объема, она кусочно постоянна и непрерывна слева. Также очевидно, что при малых δv

$$\pi(t, \delta v) = \pi_{best}(t) = \text{цена лучшей заявки} - \text{рыночная цена} > 0.$$

Это свойство не выполняется при параметризации функции издержек с помощью функции (Б.1):

$$p(t, v) = \frac{\partial C}{\partial v}(t, v) = 3a(t)v^2 + 2b(t)v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(t, \delta v) < p_{best}(t) \text{ при достаточно малых } \delta v \quad (\text{Б.4})$$

т.е. данная параметризация не может отражать свойств функции добавочных удельных издержек $\pi(t, v)$ по построению (стремится к нулю при нулевом объеме, хотя должна стремиться к положительной константе). Вследствие этого предлагается более гибкая параметризация:

$$\theta(t, v) = a(t)v^3 + b(t)v^2 + c(t)v, \quad (\text{Б.5})$$

в которой $c(t)$ имеет смысл данной предельной константы:

$$\lim_{\delta v \rightarrow 0} p(t, \delta v) = c(t) \geq 0 \quad (\text{Б.6})$$

Новая параметризация допускает также следующую интерпретацию параметров: коэффициенты $a(t), b(t)$ отвечают за структуру цен в стакане безотносительно рыночной цены, $c(t)$ отвечает за общий уровень цен стакана относительно рыночной цены. В самом деле, пусть $p_{buy}(t, v)$ имеет смысл, аналогичный $p(t, v)$, но в терминах не издержек, а цен: стоимость дополнительной единицы товара при условии, что уже реализовали объем v ; обозначим рыночную цену $\tilde{p}(t)$. Тогда

$$p(t, v) = p_{buy}(t, v) - \tilde{p}(t), \quad (\text{Б.7})$$

$$p_{buy}(t, v) = 3a(t)v^2 + 2b(t)v + (c(t) + \tilde{p}(t)).$$

Если за рассматриваемый интервал времени $[t_0, t_0 + \Delta t]$ стакан не изменялся, а изменилась лишь рыночная цена, то

$$p_{buy}(t_0, v) \equiv p_{buy}(t_0 + \Delta t, v), \quad (\text{Б.8})$$

Расписывая формулу (Б.8) подробно, по методу неопределенных коэффициентов получим следующий результат для изменений коэффициентов:

$$3[a(t_0 + \Delta t) - a(t_0)]v^2 + 2[b(t_0 + \Delta t) - b(t_0)]v +$$

$$\begin{aligned}
& + [c(t_0 + \Delta t) - c(t_0)] + [\tilde{p}(t_0 + \Delta t) - \tilde{p}(t_0)] \equiv 0 \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} a(t_0 + \Delta t) = a(t_0), \\ b(t_0 + \Delta t) = b(t_0), \\ c(t_0 + \Delta t) - c(t_0) = -(\tilde{p}(t_0 + \Delta t) - \tilde{p}(t_0)). \end{cases} \quad (\text{Б.9})
\end{aligned}$$

Значит, изменяется лишь $c(t)$, параметры $a(t), b(t)$ неизменны, т.к. структура стакана не менялась. К сожалению, нельзя сказать, что одни параметры влияют только на структуру, другие – исключительно на уровень, так как и структура, и рыночная цена меняются одновременно. Тем не менее, можно говорить о том, что некоторые параметры отражают преимущественно структуру, а некоторые – преимущественно цену.